

Обобщённая Теорема Виетта

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

1) Докажите ещё раз теорему Виета, опираясь на разложение трехчлена $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1, x_2 - корни уравнения $ax^2+bx+c=0$

2) Докажите, что для многочлена 3-ей степени имеет место аналогичное разложение $ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$, где x_1, x_2, x_3 - корни уравнения $ax^3+bx^2+cx+d=0$
Указание: воспользуйтесь теоремой Безу

3) Проведите с этим разложением вычисления, аналогичные теореме Виета $ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

4) Определите общую закономерность для уравнений произвольной степени



Франсуа Виет (1540-1603)

Т БЕЗУ

если x_1 является корнем многочлена, то этот многочлен без остатка делится на $(x-x_1)$

Общие факты

1)т безу

2)т виета

3)схема горнера

4)у уравнения n-ой степени n корней

5)алгоритм евклида

проблемы

1)как искать корни

а)квадратного - есть формулы

б)кубического - есть очень сложные формулы

в)четверичного - есть очень сложные формулы

д)формул нет, но корни есть (корни ищутся

приближенно) Эварист Галуа 21 год

$$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$$

$$-b/a=x_2+x_3+x_1+x_4$$

$$c/a=x_2*x_3+x_1*x_2+x_1*x_3+x_1*x_4+x_2*x_4+x_3*x_4$$

$$-d/a=x_1*x_2*x_3+x_1*x_2*x_4+x_1*x_3*x_4+x_2*x_3*x_4$$

$$e/a=x_1*x_2*x_3*x_4$$

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_1*x_2=c/a$$

$$x_1+x_2=-b/a$$

$$ax^2+bx+c=0$$

x_1, x_2 - корни

по Т безу ax^2+bx+c нацело делится на $(x-x_1)$

по Т безу ax^2+bx+c нацело делится на $(x-x_2)$

значит ax^2+bx+c нацело делится на $(x-x_1)(x-x_2)$

делимое=делитель*частное + остаток

$$ax^2+bx+c = (x-x_1)(x-x_2) * \text{частное} + \text{остаток}$$

$$ax^2+bx+c = (x-x_1)(x-x_2) * \text{частное} = (x^2+...)* \text{частное} =$$

$$= \text{частное} * x^2 + \dots$$

$$ax^2+bx+c = (x-x_1)(x-x_2) * a$$

$$ax^3+bx^2+cx+d=0$$

x_1, x_2, x_3 - корни

по Т безу ax^3+bx^2+cx+d нацело делится на $(x-x_1)$

по Т безу ax^3+bx^2+cx+d нацело делится на $(x-x_2)$

по Т безу ax^3+bx^2+cx+d нацело делится на $(x-x_3)$

значит ax^3+bx^2+cx+d нацело делится на $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

делимое=делитель*частное + остаток

$$ax^3+bx^2+cx+d = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) * \text{частное} + \text{остаток}$$

$$ax^3+bx^2+cx+d = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) * \text{частное} = (x^3+...)*$$

$$\text{частное} = \text{частное} * x^3 + \dots$$

$$ax^3+bx^2+cx+d = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) * a$$

$$ax^3+bx^2+cx+d = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) =$$

$$(ax - ax_1)(x^2 - x*x_2 - x*x_3 + x_2*x_3) = ax^3 - ax^2*x_2 - ax^2*x_3$$

$$+ ax*x_2*x_3 - ax_1*x^2 + ax_1*x*x_2 + ax_1*x*x_3 - ax_1*x_2*x_3 =$$

$$= ax^3 + x^2(-a*x_2 - a*x_3 - a*x_1) + x(ax_2*x_3 + ax_1*x_2 + ax_1*x_3) - ax_1*x_2*x_3$$

$$b = -a*x_2 - a*x_3 - a*x_1$$

$$-b/a = x_2 + x_3 + x_1$$

$$c = ax_2*x_3 + ax_1*x_2 + ax_1*x_3$$

$$c/a = x_2*x_3 + x_1*x_2 + x_1*x_3$$

$$d = -ax_1*x_2*x_3$$

$$-d/a = x_1*x_2*x_3$$

$$ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2) = (ax - ax_1)(x-x_2) =$$

$$= ax^2 - ax*x_2 - ax_1*x + ax_1*x_2 =$$

$$= ax^2 + x(-ax_2 - ax_1) + ax_1*x_2$$

$$b = (-ax_2 - ax_1) \quad -b/a = x_2 + x_1$$

$$c = ax_1*x_2 \quad c/a = x_1*x_2$$