

Метод Тартальи-Кардано и комплексные числа

Дано уравнение 3-ей степени

$$A_0x^3 + A_1x^2 + A_2x + A_3 = 0$$

Цель: Суть метода Тартальи - избавиться от слагаемого при x^2 , чтобы кубическое уравнение стало неполным

Подсказки:

1) Сделать уравнение приведённым (поделить на коэффициент при старшей степени)

2) Сделать замену $x = y + h$, подберите h так, чтобы слагаемое при y^2 занулилось

3) Сделать двупараметрическую замену $y = a + \beta$ и после упрощений положить $3a\beta + p = 0$

4) А полученную систему уравнений решить по теореме Виетта

$$A_0x^3 + A_1x^2 + A_2x + A_3 = 0 \quad | :A_0$$

$$x^3 + A_1x^2/A_0 + A_2x/A_0 + A_3/A_0 = 0$$

$$x^3 + B_1x^2 + B_2x + B_3 = 0$$

$$x = y + h$$

$$(y+h)^3 + B_1(y+h)^2 + B_2(y+h) + B_3 = 0$$

$$y^3 + 3y^2h + 3yh^2 + h^3 + B_1y^2 + B_1*2yh + B_1h^2 + B_2y + B_2h + B_3 = 0$$

$$y^3 + y^2(3h + B_1) + y(3h^2 + 2B_1h + B_2) + (h^3 + B_1h^2 + B_2h + B_3) = 0$$

$$3h + B_1 = 0$$

$$h = -B_1/3$$

$$x = y - B_1/3$$

$$(3h^2 + 2B_1h + B_2) = p$$

$$(h^3 + B_1h^2 + B_2h + B_3) = q$$

$$y^3 + py + q = 0$$

$$y = u + z$$

$$(u+z)^3 + p(u+z) + q = 0$$

$$u^3 + 3u^2z + 3uz^2 + z^3 + p(u+z) + q = 0$$

$$u^3 + 3uz(u+z) + z^3 + p(u+z) + q = 0$$

$$u^3 + (u+z)(3uz+p) + z^3 + q = 0$$

$$3uz + p = 0$$

$$uz = -p/3$$

$$u^3 + z^3 + q = 0$$

$$u^3 + z^3 = -q$$

$$u^3 + z^3 = -q$$

$$uz = -p/3$$

$$u^3 + z^3 = -q$$

$$u^3z^3 = -p^3/27$$

$$y = 5$$

$$y = u + z$$

$$uz = -1/5$$

$$a + b = 3$$

$$ab = 1$$

$$a = x_1$$

$$b = x_2$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$u^3 = x_1$$

$$b^3 = x_2$$

$$x^2 + qx - p^3/27 = 0$$

$$D = q^2 + 4p^3/27$$

$$u^3 = (-q - \sqrt{q^2 + 4p^3/27})/2 = (-q/2 - \sqrt{(q/2)^2 + p^3/27})$$

$$z^3 = (-q + \sqrt{q^2 + 4p^3/27})/2 = (-q/2 + \sqrt{(q/2)^2 + p^3/27})$$

$$u = (-q/2 - \sqrt{(q/2)^2 + p^3/27})^{1/3}$$

$$z = (-q/2 + \sqrt{(q/2)^2 + p^3/27})^{1/3}$$

$$y = (-q/2 - \sqrt{(q/2)^2 + p^3/27})^{1/3} + (-q/2 + \sqrt{(q/2)^2 + p^3/27})^{1/3}$$

ты даешь задачу



$$\sqrt{5^2} = 5$$

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

$$(5^x)^2 = 5^1$$

$$5^{2 \cdot x} = 5^1$$

$$2x = 1$$

$$x = 1/2$$

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$

$$x^3 + 0x^2 - 3x - 2 \mid x+1$$

$$x^3 + x^2 \quad \mid x^2 - x - 2$$

$$-x^2 - 3x$$

$$-x^2 - x$$

$$-2x - 2$$

$$-2x - 2$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 2$$

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$

$$x = u + z$$

$$u^3 + z^3 = 2$$

$$u^3z^3 = 1$$

$$u = z = 1$$

$$x = 2$$

польза формул

$$x^3 + 6x - 2 = 0$$

$$x = u + z$$

$$u^3 + z^3 = 2$$

$$u^3z^3 = -216/27 = -8$$

$$u^3 = x_1$$

$$z^3 = x_2$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -2$$

$$u = 4^{1/3}$$

$$z = -2^{1/3}$$

$$x = 4^{1/3} - 2^{1/3}$$

решить обычными методами
угадывания, если получится
в любом случае решить по Тарталье

$$x^3 + 3x - 4 = 0$$

$$x^3 + 3x - 4 = 0$$

$$x^3 + x^2 - 3 = 0$$

$$(x_1x_2)^3 = -1$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$D = 4 + 1 = 5$$

$$x_1^3 = 2 - \sqrt{5}$$

$$x_2^3 = 2 + \sqrt{5}$$

$$x = x_1 + x_2$$

$$x = (2 - \sqrt{5})^{1/3} + (2 + \sqrt{5})^{1/3}$$

	1	0	3	-4
1	1	1	4	

$$x^2 + x + 4 = 0$$

$$D = 1 - 16 = -15$$

$$x^3 - 7x - 6 = 0$$

$$x^3 + x^2 - 6 = 0$$

$$x_1x_2 = 7/3$$

$$(x_1x_2)^3 = 343/27$$

$$x^2 - 6x + 343/27 = 0$$

$$D = 9 - 343/27 = -100/27$$

$$x_1^3 = (3 + \sqrt{-100/27})$$

$$x_2^3 = (3 - i \cdot 10/3\sqrt{3})$$

$$x_1^3 = (3 + i \cdot 10/3\sqrt{3})$$

$$x = (3 - i \cdot 10/3\sqrt{3})^{1/3}$$

$$+ (3 + i \cdot 10/3\sqrt{3})^{1/3}$$

	1	0	-7	-6
-1	1	-1	-6	

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$x_1 = (1 - 5)/2 = -2$$

$$x_2 = (1 + 5)/2 = 3$$