

Метод Феррари

Дано уравнение 4-ой степени

$$A_0x^4 + A_1x^3 + A_2x^2 + A_3x^1 + A_4 = 0$$

Цель: выделить полный квадрат

Подсказки:

1) Сделать уравнение приведённым (поделить на коэффициент при старшей степени)

$$x^4 + B_1x^3 + B_2x^2 + B_3x^1 + B_4 = 0$$

2) Сделать замену $x = y + h$, подберите h так, чтобы слагаемое при y^3 занулилось

$$y^4 + py^2 + qy^1 + r = 0$$

3) Выделить полный квадрат из слагаемых, содержащих y^4 и y^2

4) Добавим искусственный параметр a так, чтобы выделенный нами на предыдущем шаге полный квадрат был x -ом в формуле

$$x^2 + 2xa + a^2$$

5) Вновь получившийся полный квадрат = квадратному трёхчлену относительно y , подберите a так, чтобы стоящий справа квадратный трёхчлен был полным квадратом

6) Задача подбора a сводится к кубическому уравнению и решается по Формулам Тартальи-Кардано

7) Подбрав такое a имеем равенства двух квадратов, из этого получаем разность квадратов

$$x^4 + B_1x^3 + B_2x^2 + B_3x^1 + B_4 = 0$$

$$x=y+h$$

$$(y+h)^4 + B_1(y+h)^3 + B_2(y+h)^2 + B_3(y+h)^1 + B_4 = 0$$

$$y^4 + 4y^3h + 6y^2h^2 + 4yh^3 + h^4 + B_1y^3 + 3B_1y^2h + 3B_1yh^2 + B_1h^3 + B_2y^2 + 2B_2yh + B_2h^2 + B_3y + B_3h + B_4 = 0$$

$$y^4 + (4y^3h + B_1y^3) + (6y^2h^2 + 3B_1y^2h + B_2y^2) + (4yh^3 + 3B_1yh^2 + 2B_2yh + B_3y) + (h^4 + B_1h^3 + B_2h^2 + B_3h + B_4) = 0$$

$$y^4 + y^3(4h + B_1) + y^2(6h^2 + 3B_1h + B_2) + y(4h^3 + 3B_1h^2 + 2B_2h + B_3) + (h^4 + B_1h^3 + B_2h^2 + B_3h + B_4) = 0$$

$$4h + B_1 = 0$$

$$h = -B_1/4$$

$$6h^2 + 3B_1h + B_2 = p$$

$$4h^3 + 3B_1h^2 + 2B_2h + B_3 = q$$

$$h^4 + B_1h^3 + B_2h^2 + B_3h + B_4 = k$$

$$y^4 + y^2p + yq + k = 0$$

$$y^4 + 2py^2/2 + (p/2)^2 - (p/2)^2 + yq + k = 0$$

$$(y^2 + p/2)^2 - (p/2)^2 + yq + k = 0$$

$$(y^2 + p/2)^2 + 2(y^2 + p/2)a + a^2 - (2(y^2 + p/2)a + a^2) - (p/2)^2 + yq + k = 0$$

$$(y^2 + p/2 + a)^2 - (2(y^2 + p/2)a + a^2) - (p/2)^2 + yq + k = 0$$

$$(y^2 + p/2 + a)^2 - 2ay^2 - pa - a^2 - (p/2)^2 + yq + k = 0$$

$$(y^2 + p/2 + a)^2 - 2ay^2 + yq + (-pa - a^2 - (p/2)^2 + k) = 0$$

$$(y^2 + p/2 + a)^2 - [2ay^2 - yq - (-pa - a^2 - (p/2)^2 + k)] = 0$$

$$D = q^2 - 4 \cdot 2a(-pa - a^2 - (p/2)^2 + k) = q^2 - 8a^2p - 8a^3 + 8a(p/2)^2 + 8ak = 0$$

кубическое уравнение относительно a

$$(y^2 + p/2 + a)^2 - [fy - g]^2 = 0$$

$$(y^2 + p/2 + a - [fy - g])(y^2 + p/2 + a + [fy - g]) = 0$$

$$(y^2 + p/2 + a - [fy - g]) = 0$$

$$(y^2 + p/2 + a + [fy - g]) = 0$$



$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2) = a(x-x_1)^2$$

$$D=0 \quad x_1=x_2=(-b \pm \sqrt{D})/2a = -b/2a$$