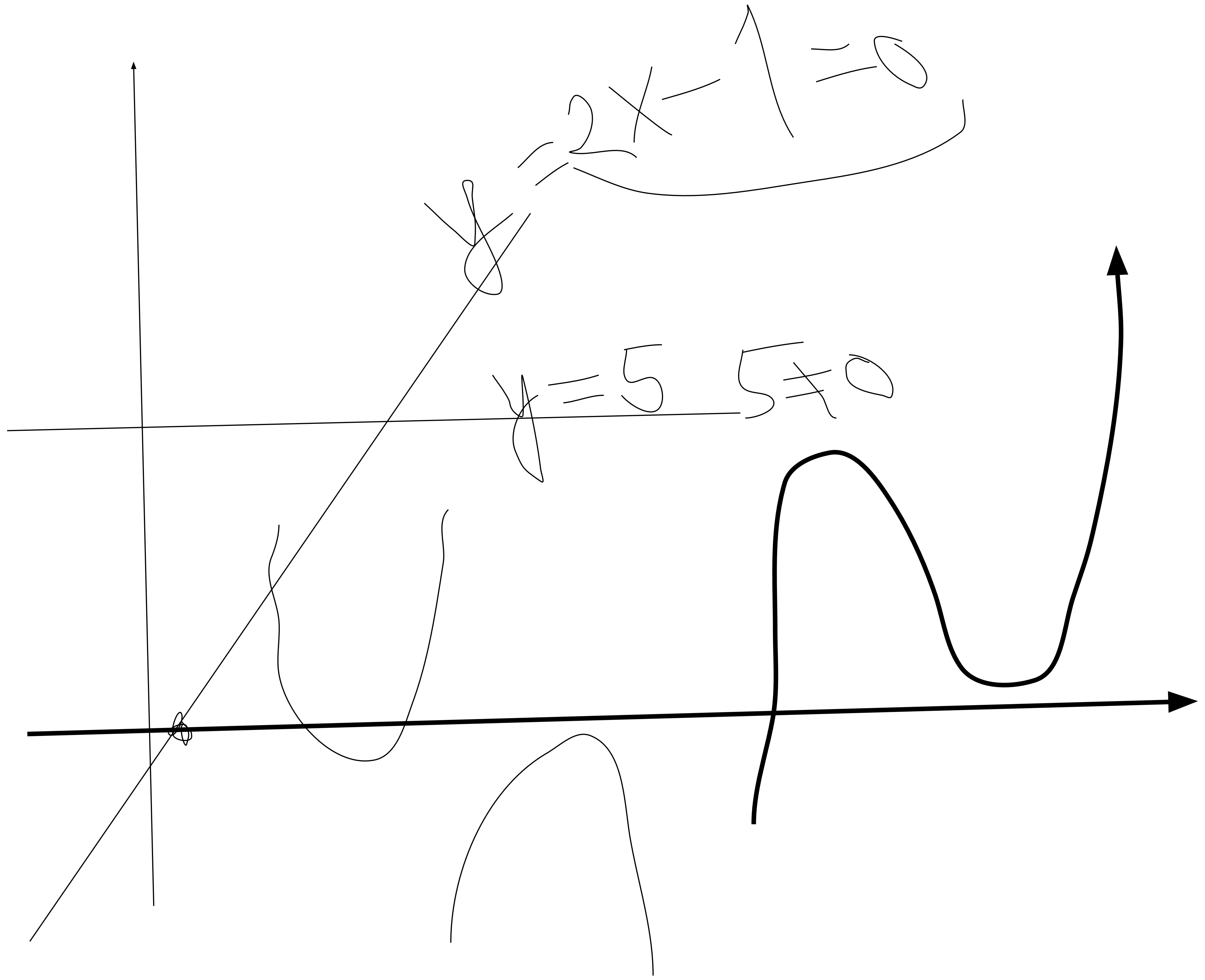
Теорема Гаусса (Основная теорема алгебры)

Всякий отличный от константы многочлен (от одной переменной) с комплексными коэффициентами имеет по крайней мере один корень в поле комплексных чисел.

Следствие: в виду теоремы Безу, которая позволяет поделить нацело многочлен на (x-корень) и получить в частном многочлен на единицу меньшей степени можно утверждать, что всякое уравнение n-ой степени имеет ровно n корней над полем комплексных чисел.

Факты про произвольную степень

1. Любой многочлен нечетной степени (с вещественным коэффициентами) имеет хотя бы один вещественный корень



$y=x^{(2n+1)} + x^{\ldots} + x^{\ldots}$

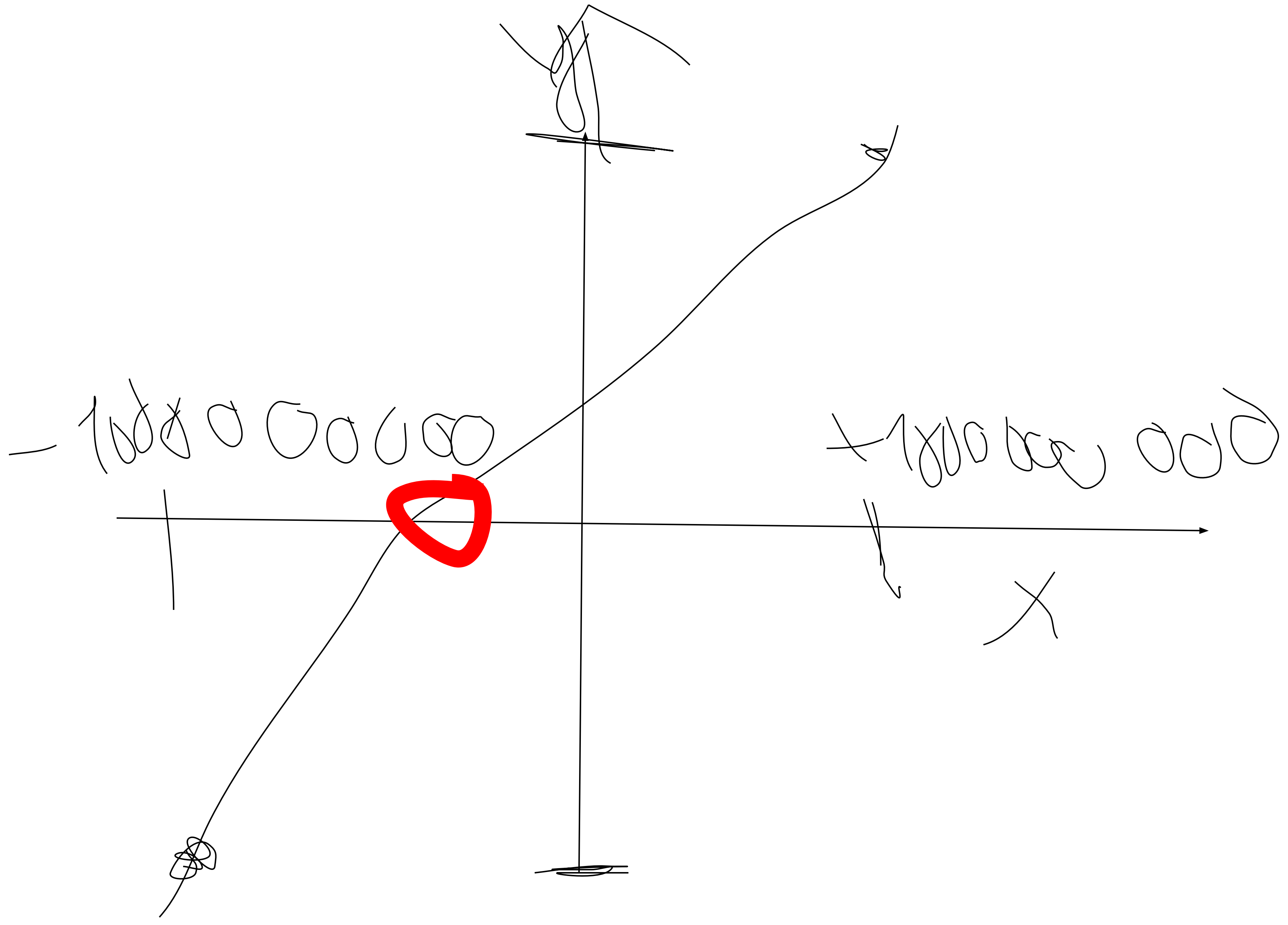
$x=1000\,000\,000$

$y(1000\,000\,000) > 0$

$x^{(2n+1)} > x^{\ldots} + x^{\ldots}$

$x=-1000\,000\,000$

$y(-1000\,000\,000) < 0$



2. Любой многочлен n-ой степени с вещественными коэф-тами всегда можно разложить на многочлены 1-ой и 2-ой степени с вещественными коэф-тами

$x^7-5x^5+x^2+x+x+1=0$

$(x-x_1)(x-x_2)(x^2+ax+b)\ldots=0$

$A_n x^n + A_{n-1} x^{n-1} + \ldots + A_2 x^2 + A_1 x + A_0 = 0$

у него есть 1 комплексный корень $x=a+bi$

$A_n (a+bi)^n + A_{n-1} (a+bi)^{n-1} + \ldots + A_2 (a+bi)^2 + A_1 (a+bi) + A_0 = 0$

$(a+bi)^2=a^2+2abi-b^2=(a^2-b^2) + (2ab)i$

$(a-bi)^2=a^2-2abi-b^2=(a^2-b^2) - (2ab)i$

копмплексное число=0

$w + i t = 0 \Leftrightarrow w=0 \;\&\&\; t==0$

$(\ldots + A_2 a^2 - A_2 b^2 + A_1 a + A_0) + i(\ldots + A_2 2ab + A_1 b) = 0$

$\ldots + A_2 a^2 - A_2 b^2 + A_1 a + A_0 = 0$

$\ldots + A_2 2ab + A_1 b = 0$

поменяем + между скобками на -

$(\ldots + A_2 a^2 - A_2 b^2 + A_1 a + A_0) - i(\ldots + A_2 2ab + A_1 b) = 0$

$A_n (a-bi)^n + A_{n-1} (a-bi)^{n-1} + \ldots + A_2 (a-bi)^2 + A_1 (a-bi) + A_0 = 0$

у него есть 2 комплексный корень $x=a-bi$

$(x - (a+bi))(x - (a-bi))=(x-a-bi)(x-a+bi)=(x-a)^2+b^2=(x^2-2ax+a^2+b^2)$