

# Теоремы Абеля-Галуа

Корни уравнения степени выше 4-ой нельзя выразить в общем случае с помощью операций: +, -, \*, /,  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$

e тождество	$a=a^{-1}$	$b=b^{-1}$
(x1,x2,x3,x4,x5)	(x1,x2,x3,x4,x5)	(x1,x2,x3,x4,x5)
(x1,x2,x3,x4,x5)	(x3,x2,x1,x4,x5)	(x2,x1,x3,x4,x5)

$a*b$  = последовательное выполнение

(q,w,e,r,t)  
(e,w,q,r,t)  
(w,e,q,r,t)

$b*a$  = последовательное выполнение

(q,w,e,r,t)  
(w,q,e,r,t)  
(e,q,w,r,t)

$(w,e,q,r,t) \neq (e,q,w,r,t)$

$a*b \neq b*a$

$a*e = e*a$



## Теория групп

**Определение.** Группой называется множество  $G$  элементов произвольной природы, на котором задана бинарная операция  $a \cdot b$  такая, что выполняются следующие условия:

- 1) ассоциативность:  $(ab)c = a(bc)$  для любых элементов  $a, b, c$  из  $G$ ;
- 2) в  $G$  существует такой элемент  $e$ , что  $ea = ae = a$  для любого элемента  $a$  из  $G$ , такой элемент  $e$  называется *единицей* группы  $G$ ;
- 3) для любого элемента  $a$  из  $G$  существует такой элемент  $a^{-1}$  в  $G$ , что  $aa^{-1} = a^{-1}a = e$ , такой элемент называется *обратным к элементу  $a$* .

y  
(x1,x2,x3,x4,x5)  
(x4,x2,x1,x5,x3)

(q,w,e,r,t)  
(r,w,q,t,e)  
(t,w,r,e,q)

$y^{-1}$   
(x1,x2,x3,x4,x5)  
(x3,x2,x5,x1,x4)

(q,w,e,r,t)  
(r,w,q,t,e)  
(q,w,e,r,t)

на дом

- 1) обосновать ассоциативность перестановок
- 2) попытаться выписать таблицу умножения, для группы, состоящей из 3-х элементов

? - это либо a, либо b, либо e

	e	a	b
e	e	a	b
a	a	b	e
b	b	e	a

$a*a=a$     $a=e$   
 $a*a=e$     $aab=eb=b$     $ae=b$   
 $a=a^{-1}$  ???

$ba=a$    |справа на  $a^{-1}$   
 $be=e$

(q,w,e,r,t)   1  
(ab)y  
e,w,q,r,t   3  
w,e,q,r,t   3  
r,e,w,t,q   5

(by)  
(q,w,e,r,t) 3  
w,q,e,r,t   3  
r,q,w,t,e   5

by  
(x1,x2,x3,x4,x5)  
(x4,x1,x2,x5,x3)

a(by)  
(q,w,e,r,t) 1  
e,w,q,r,t   3  
r,e,w,t,q

$aa=b$  |a  
 $aaa=ab=e$   
 $aaa=e$