

Теорема Штольца

(при $y_n = n$ эта теорема была открыта еще Коши)

Для определения пределов неопределенных выражений вида $x_n/y_n = \infty/\infty$

Формулировка:

Пусть $y_n \rightarrow +\infty$, причем хотя бы начиная с некоторого места (с некоторого номера) - с возрастанием n и y_n возрастает: $y_{n+1} > y_n$. Тогда

а) если $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - x_{n-1}) / (y_n - y_{n-1})$ конечный или бесконечный, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - x_{n-1}) / (y_n - y_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n / y_n)$$

то есть искомый $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n / y_n)$ существует и равен исходному $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - x_{n-1}) / (y_n - y_{n-1})$

б) если $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - x_{n-1}) / (y_n - y_{n-1})$ не существует, то о существовании предела $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n / y_n)$ мы вообще ничего сказать не можем

Докажите пункт а) для случая конечного предела