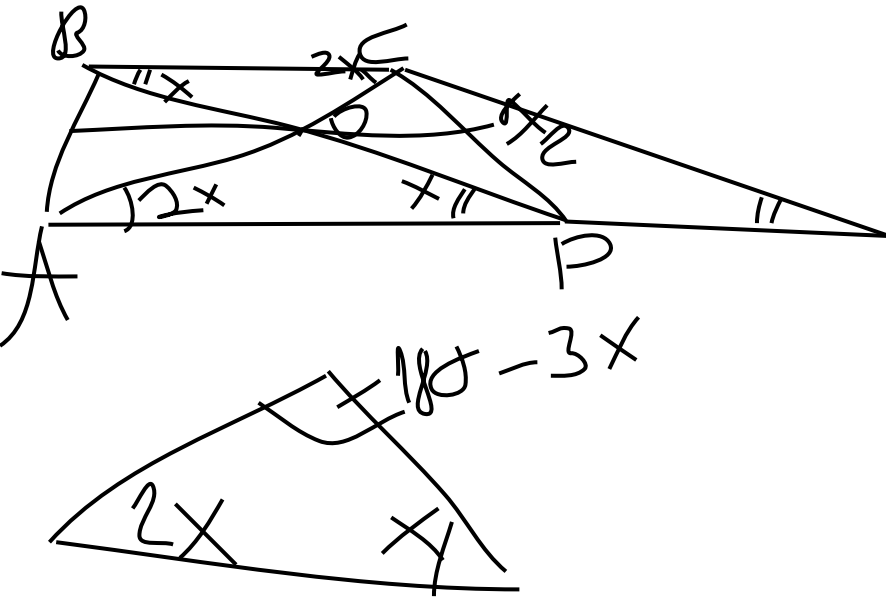


В трапеции ABCD сумма длин оснований BC и AD равна "а", диагонали связаны соотношением $8AC=7BD$, угол $CAD=2$ угла BDA. Найти S трапеции



$$S = a \cdot \frac{1}{2} \cdot h$$

$$\frac{AC}{\sin x} = \frac{BD}{\sin 2x}$$

$$\frac{AC}{BD} = \frac{\sin x}{\sin 2x}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{\sin x}{\sin 2x} = \frac{1}{2} \cos x$$

$$\cos x = \frac{4}{7}$$

$$\sin x = \sqrt{1 - \frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{33}}{7}$$

$$\sin(180 - 3x) = \sin(x + 2x) = \sin x \cos 2x + \sin 2x \cos x = \sin x (1 - 2\sin^2 2x) +$$

$$+ \cos x (2\sin x \cos x) = -2\sin^3 2x + \sin x + 2\sin x (1 - \sin^2 2x) =$$

$$= -2\sin^3 2x + 3\sin x - 2\sin^3 2x = 3\sin x - 4\sin^3 2x$$

$$\sin(180 - 3x) = 3 \cdot \frac{\sqrt{33}}{7} - 4 \cdot \frac{33\sqrt{33}}{7^3} =$$

$$\frac{AC}{\sin x} = \frac{(AD + BC)}{\sin 3x}$$

$$AC = a \sin x / \sin 3x = a / (3 - 4\sin^2 2x) = a / (3 - 4 \cdot \frac{33}{49}) = \frac{49a}{15}$$

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot (AD + BC) \sin 2x = \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{49}{15} \cdot 2 \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{\sqrt{33}}{7} =$$

$$= \frac{4\sqrt{33} a^2}{15}$$