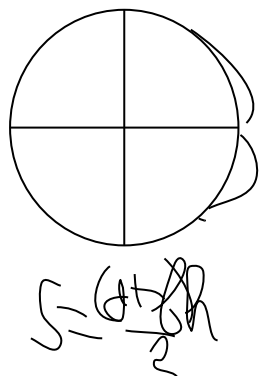
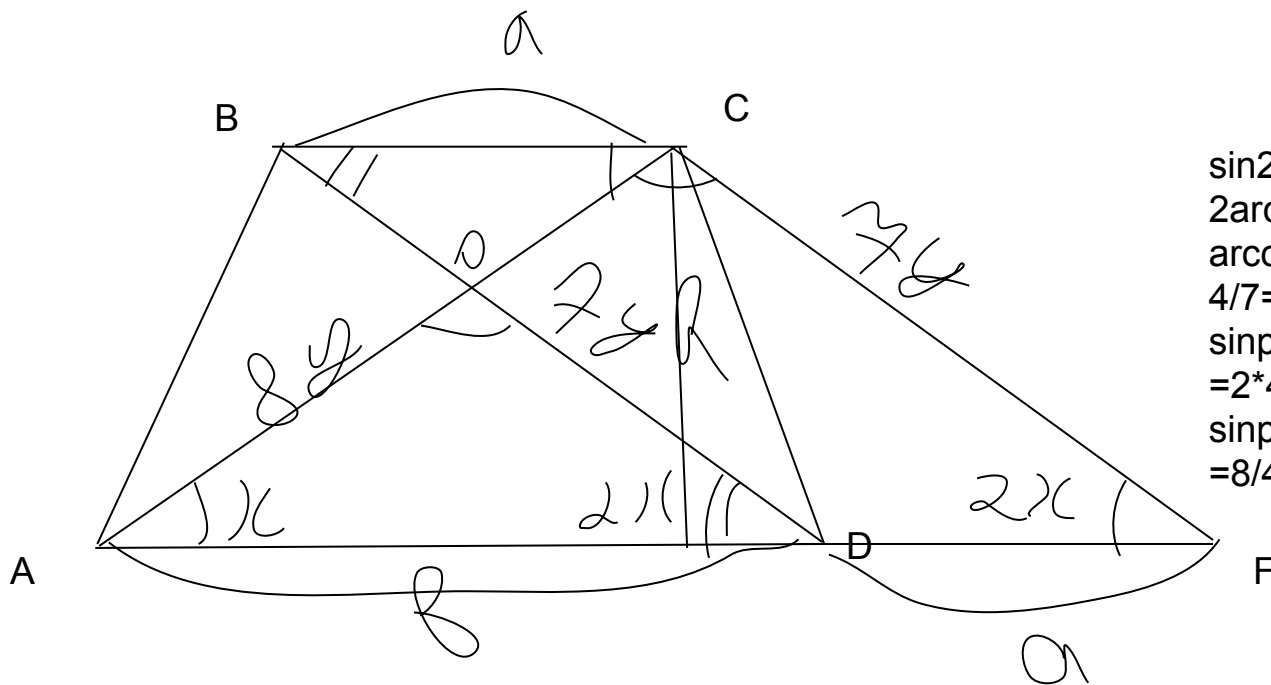


В трапеции ABCD сумма длин оснований BC и AD равна "a", диагонали связаны соотношением $8AC=7BD$, угол $CAD=2$ угла BDA . Найти S трапеции

tip01 используйте фокус древних
 tip02 используйте Т синусов
 tip03 $S(\text{трап})=S(\text{тр-ка по фокусу древних})$



$$\begin{aligned}
 \angle ACB &= x \\
 \angle CBD &= 2x \\
 \frac{8y}{\sin(2x)} &= \frac{7y}{\sin x} \\
 \frac{8}{7} &= \frac{\sin(2x)}{\sin x} \\
 8\sin x &= 7\sin(2x) \\
 8\sin x &= 14\sin x \cdot \cos x \\
 2\sin x(7\cos x - 4) &= 0 \\
 7\cos x &= 4 \\
 \cos x &= \frac{4}{7} \\
 x &= \arccos\left(\frac{4}{7}\right) \\
 h &= 7y \cdot \sin 2x \\
 a_1 &= 7y \cdot \cos 2x \\
 a_2 &= 8y \cdot \cos x \\
 y(7\cos 2x + 8\cos x) &= a \\
 y &= \frac{a}{7\cos 2x + 8\cos x} = \frac{a}{14\cos^2 2x - 7 + 8\cos x} = \frac{a}{14 \cdot \frac{16}{49} - 7 + 8 \cdot \frac{4}{7}} = \\
 &= \frac{a}{(-17/7 + 32/7)} = \frac{a}{(15/7)} = \frac{7a}{15} \\
 h &= 7y \cdot \sin 2x = \frac{49a}{15} \cdot \sin 2x = \frac{49a}{15} \cdot \frac{8}{49} \cdot \sqrt{33} = \frac{8}{15} \cdot a \cdot \sqrt{33} \\
 S &= \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a \cdot \frac{8}{15} \cdot a \cdot \sqrt{33}}{2} = \frac{4}{15} \cdot a^2 \cdot \sqrt{33} = \frac{4a^2 \cdot \sqrt{33}}{15} \\
 \text{Ответ: } & \frac{4a^2 \cdot \sqrt{33}}{15}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \sin 2x &= \sin(2\arccos \frac{4}{7}) = \sin p = ? \\
 2\arccos \frac{4}{7} &= p \\
 \arccos \frac{4}{7} &= \frac{p}{2} \\
 \frac{4}{7} &= \cos\left(\frac{p}{2}\right) \\
 \sin p &= 2\sin\left(\frac{p}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p}{2}\right) = \\
 &= 2 \cdot \frac{4}{7} \cdot \sin\left(\frac{p}{2}\right) = \frac{8}{7} \cdot \sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{p}{2}\right)} = \\
 \sin p &= \frac{8}{7} \cdot \sqrt{1 - \frac{16}{49}} = \frac{8}{7} \cdot \sqrt{\frac{33}{49}} = \frac{8}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \sqrt{33} \\
 &= \frac{8}{49} \cdot \sqrt{33}
 \end{aligned}$$