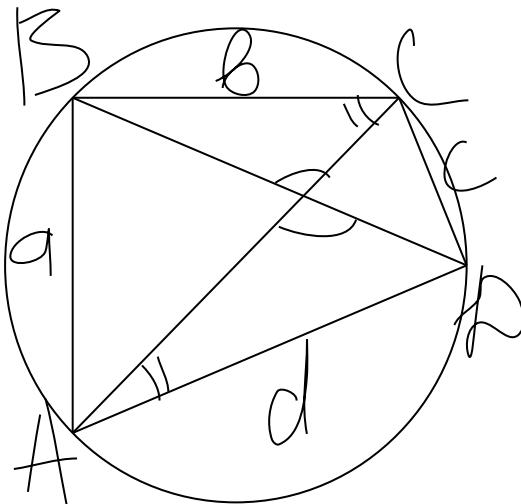


Стороны вписанного в окр-ть четырёхугольника a,b,c,d. Найти диагонали четырёхугольника



$$BD^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos A$$

$$BD^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$$

$$a^2 + d^2 - 2ad \cos A = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$$

$$\cos C = -\cos A$$

$$a^2 + d^2 - 2ad \cos A - b^2 - c^2 - 2bc \cos A = 0$$

$$a^2 + d^2 - b^2 - c^2 - 2bc \cos A (2ad + 2bc) = 0$$

$$\cos A = (a^2 + d^2 - b^2 - c^2) / (2ad + 2bc)$$

$$BD^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos A = (a^2 + d^2 - b^2 - c^2) / (2ad + 2bc)$$

$$= [a^2 + d^2 - ad(a^2 + d^2 - b^2 - c^2)] / (ad + bc)$$

$$= [a^3d + a^2bc + ad^3 + bcd^2 - a^3d - ad^3 + adb^2 + adc^2] / (ad + bc)$$

$$= [(bcd^2 + adb^2) + (a^2bc + adc^2)] / (ad + bc) = [bd(cd + ab) + ac(ab + dc)] / (ad + bc)$$

$$= (bd + ac)(ab + dc) / (ad + bc)$$

$$AC^2 = d^2 + c^2 - 2dc \cos D$$

$$AC^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos B$$

$$d^2 + c^2 - 2dc \cos D = a^2 + b^2 - 2ab \cos B$$

$$d^2 + c^2 - 2dc \cos D - a^2 - b^2 + 2ab \cos B = 0$$

$$\cos D = \cos(P - B) = \cos P \cos B + \sin P \sin B = -\cos B$$

$$d^2 + c^2 - 2dc \cos B - a^2 - b^2 + 2ab \cos B = 0$$

$$\cos B(2dc + 2ab) + d^2 + c^2 - a^2 - b^2 = 0$$

$$\cos B = (a^2 + b^2 - d^2 - c^2) / (2dc + 2ab)$$

$$AC^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos B = (a^2 + b^2 - d^2 - c^2) / (2dc + 2ab)$$

$$= [a^2(2dc + 2ab) + b^2(2dc + 2ab) - 2ab(a^2 + b^2 - d^2 - c^2)] / (2dc + 2ab)$$

$$= [dca^2 + a^3b + dcb^2 + ab^3 - a^3b - ab^3 + abd^2 + abc^2] / (2dc + 2ab)$$

$$= [dca^2 + dcb^2 + abd^2 + abc^2] / (dc + ab) = [(dcb^2 + abd^2) + abc^2] / (dc + ab)$$

$$= abc^2 / (dc + ab)$$

$$= [db(cb + ad) + ca(da + bc)] / (dc + ab)$$

$$= (db + ca)(da + bc) / (dc + ab)$$

1) досчитать AC и BD

2) подсчитать их произведение

$$AC^2 \cdot BD^2 = (db + ca)(da + bc)(bd + ac)(ab + dc) / (dc + ab)(ad + bc)$$

$$= (db + ca)(bd + ac) = (bd + ac)^2$$

AC  $\cdot$  BD = bd + ac ТЕОРЕМА ПТОЛЕМЕЯ