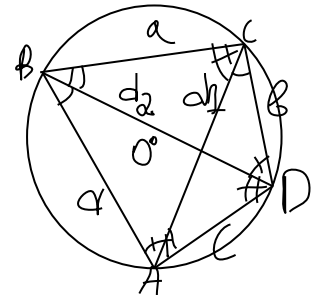


Стороны вписанного в окр-ть четырёхугольника a,b,c,d. Найти диагонали четырёхугольника



$$d_2^2 = a^2 + b^2 - ab \frac{(a^2 + b^2 - c^2 - d^2)}{(ab + cd)}$$

$$d_2^2 = \frac{(a^2(ab + cd) + b^2(ab + cd) - ab(a^2 + b^2 - c^2 - d^2))}{(ab + cd)}$$

$$d_2^2 = \frac{(a^3d + a^2cd + ab^3 + b^2cd - a^3b - ab^3 + abc^2 + abd^2)}{(ab + cd)}$$

$$d_2^2 = \frac{(a^2cd + b^2cd + abc^2 + abd^2)}{(ab + cd)}$$

$$d_2^2 = \frac{(ac(ad + bc) + bd(ad + bc))}{(ab + cd)}$$

$$d_2^2 = \frac{(ad + bc)(ac + bd)}{(ab + cd)}$$

$$d_1^2 \cdot d_2^2 = \frac{(ab + cd)(ac + bd)}{(ad + bc)} \cdot \frac{(ad + bc)(ac + bd)}{(ab + cd)}$$

$$d_1^2 \cdot d_2^2 = (ac + bd)^2$$

$$d_1 \cdot d_2 = ac + bd \quad (\text{теорема Птолемея, только для четырехугольника, вписанного в окружность})$$

Ответ: $d_1^2 = \frac{(ab + cd)(ac + bd)}{(ad + bc)}$; $d_2^2 = \frac{(ad + bc)(ac + bd)}{(ab + cd)}$;
 $d_1 \cdot d_2 = ac + bd$

tip01 тебе поможет Ткосинусов
 tip02 каким свойством обладает 4-х угольник, вокруг которого можно описать окр-ть
 $\cos B = \cos(180 - D) = \cos 180 \cdot \cos D + \sin 180 \cdot \sin D = -\cos D$

$$A + C = B + D = 180$$

$$d_1^2 = a^2 + d^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot d \cdot \cos B$$

$$d_1^2 = b^2 + c^2 - \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \cos D$$

$$a^2 + d^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot d \cdot \cos B = b^2 + c^2 - \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \cos D$$

$$a^2 + d^2 - b^2 - c^2 - \frac{1}{2} \cdot (ad \cdot \cos B - bc \cdot \cos D) = 0$$

$$a^2 + d^2 - b^2 - c^2 = \frac{1}{2} \cdot (ad \cdot \cos B - bc \cdot \cos D)$$

$$a^2 + d^2 - b^2 - c^2 = \frac{1}{2} \cdot \cos B \cdot (ad + bc)$$

$$\cos B = \frac{2 \cdot (a^2 + d^2 - b^2 - c^2)}{(ad + bc)}$$

$$d_2^2 = a^2 + b^2 - \frac{1}{2} \cdot ab \cdot \cos C$$

$$d_2^2 = c^2 + d^2 - \frac{1}{2} \cdot cd \cdot \cos A$$

$$a^2 + b^2 - \frac{1}{2} \cdot ab \cdot \cos C = c^2 + d^2 - \frac{1}{2} \cdot cd \cdot \cos A$$

$$a^2 + b^2 - c^2 - d^2 = \frac{1}{2} \cdot (ab \cdot \cos C - cd \cdot \cos A)$$

$$a^2 + b^2 - c^2 - d^2 = \frac{1}{2} \cdot \cos C \cdot (ab + cd)$$

$$\cos C = \frac{2 \cdot (a^2 + b^2 - c^2 - d^2)}{(ab + cd)}$$

$$d_1^2 = a^2 + d^2 - a \cdot d \cdot \frac{(a^2 + d^2 - b^2 - c^2)}{(ad + bc)}$$

$$d_1^2 = \frac{(a^2 \cdot (ad + bc) + d^2 \cdot (ad + bc) - ad(a^2 + d^2 - b^2 - c^2))}{(ad + bc)}$$

$$d_1^2 = \frac{(a^3d + a^2bc + ad^3 + bc \cdot d^2 - a^3d - ad^3 + ab^2d + adc^2)}{(ad + bc)}$$

$$d_1^2 = \frac{(a^2 \cdot bc + ab^2d + bcd^2 + adc^2)}{(ad + bc)}$$

$$d_1^2 = \frac{(ac \cdot (ab + cd) + bd(ab + cd))}{(ad + bc)}$$

$$d_1^2 = \frac{(ab + cd)(ac + bd)}{(ad + bc)}$$