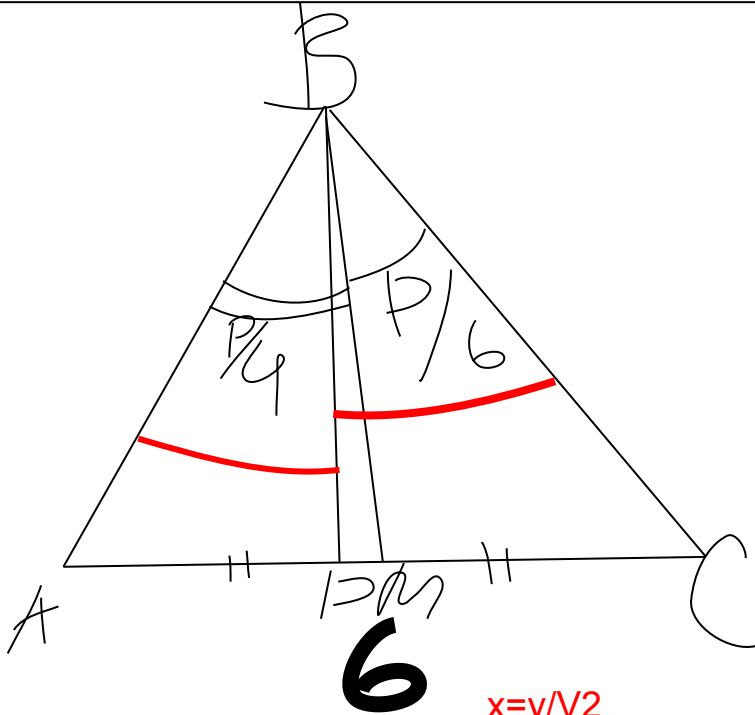


В тр ABC проведены медианы BM и биссектриса BP, известно, что $\angle ABM = P/4$, $\angle CBM = P/6$, $AC = 6$
 Найти PM



$$x + y = 6$$

$$\sqrt{2} \cdot x / y = 1$$

$$x = y / \sqrt{2}$$

$$y / \sqrt{2} + y = 6$$

$$x = y / \sqrt{2}$$

$$(y + \sqrt{2}y) / \sqrt{2} = 6$$

$$x = y / \sqrt{2}$$

$$y + y\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$x = y / \sqrt{2}$$

$$y + y\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$x = y / \sqrt{2}$$

$$y(1 + \sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$$

$$x = y / \sqrt{2}$$

$$y = 6\sqrt{2} / (1 + \sqrt{2})$$

$$x = y / \sqrt{2}$$

$$y = 6\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)$$

$$AP = 6(\sqrt{2} - 1)$$

$$PC = 6\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)$$

tip01 посчитать весь угол B целиком
 tip02 можно выразить площади тр-ков через 2-е стороны и синус угла между ними
 tip03 если у тр-ков общая высота - то их основания относятся друг к другу как площади

$$B = P/4 + P/6 = (3P + 2P) / 12 = 5P / 12$$

$$ABP = PBC = 5P / 24$$

$$AB / AP = BC / PC \Rightarrow AB / BC = AP / PC$$

$$S(AMB) = \sin \angle ABM \cdot AB \cdot BM / 2 = \sqrt{2} \cdot AB \cdot BM / 4$$

$$S(BMC) = \sin \angle CBM \cdot BC \cdot BM / 2 = BC \cdot BM / 4$$

$$S(AMB) = AM \cdot h / 2$$

$$S(BMC) = CM \cdot h / 2$$

$$S(AMB) / S(BMC) = AM \cdot h / 2 / CM \cdot h / 2 = AM / MC$$

$$\sqrt{2} \cdot AB \cdot BM / 4 / BC \cdot BM / 4 = AM / MC$$

$$\sqrt{2} \cdot AB / BC = AM / MC = 1 \text{ (т.к. медиана)}$$

$$AP + PC = 6$$

$$\sqrt{2} \cdot AP / PC = 1$$

дореш

$$AM = 3$$

$$PM = AC - MC - AP = 6 - 3 - 6(\sqrt{2} - 1) = 3 - 6\sqrt{2} + 6 = 9 - 6\sqrt{2}$$

$$\text{Answer: } 9 - 6\sqrt{2}$$