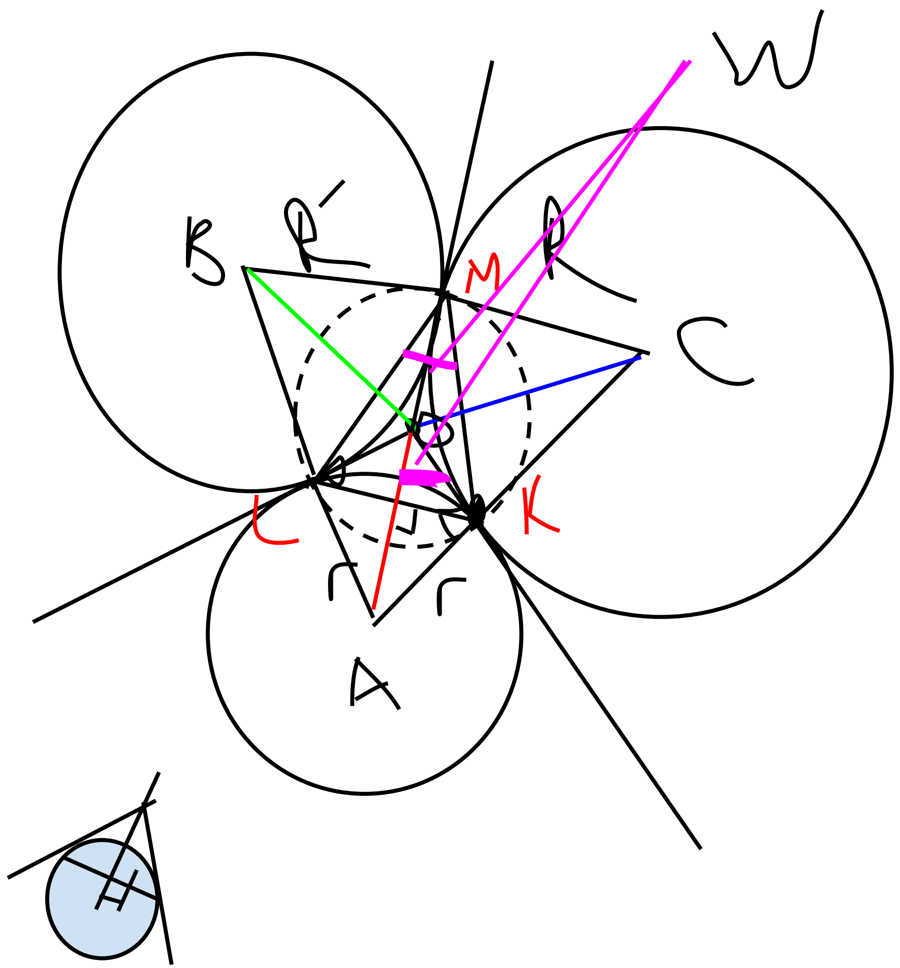
Три окружности попарно касаются друг друга внешним образом в точках K,L,M. KL=5, LM=6, MK=8. Найти радиус наименьшей окружности.



1)доказать, что точка встречи попарных касательных - одно точка, центр описанной окружности треугольника KLM
2)OL=OK (тк это касательные, проведенные из одной точки)
OK=OM (по той же причине)
OK=OM=OL =>O равноудалена от вершин треугольника, значит это и есть центр описанной окружности
3)OAK
½*r*R’’=½*5/2*V(r^2+R’’^2)
⅖*r*R’’=V(r^2+R’’^2)
4/25*r^2*R’’^2=r^2+R’’^2
4)R”=abc/4S=5*6*8/4S
p=19/2
S=V(19/2(9/2)(7/2)(3/2))=¾*V(19*7*3)
R”=5*6*8/(4¾*V(19*7*3))=80/V(19*7*3)
R”^2=80*80/(19*7*3)

4/25*r^2*R’’^2=r^2+R’’^2
r^2=R”^2/(4/25R”^2-1)
r^2=(80*80/(19*7*3))(4/25*80*80/(19*7*3)-1)=
(80*80)/(4^5-19*7*3)=80^2/625
r=80/25=16/5

2 способ
1) 2)
3)угAOK(половина центрального)=угLMK(впис)=w
4) тр AOK
tgw=AK/OK=r/R’’
r=tgw*R’’
5) по т синусов в тр LMK
LK/sinw=2R’’
R’’=LK/(2sinw)=5/(2sinw)
6)r=tgw*R’’=tgw*5/(2sinw)=
=5/(2cosw)
7) по т cos в тр LMK
5^2=6^2+8^2-2*6*8*cosw
cosw=75/2*6*8
8)r=5*2*6*8/2*75=6*8/15=16/5