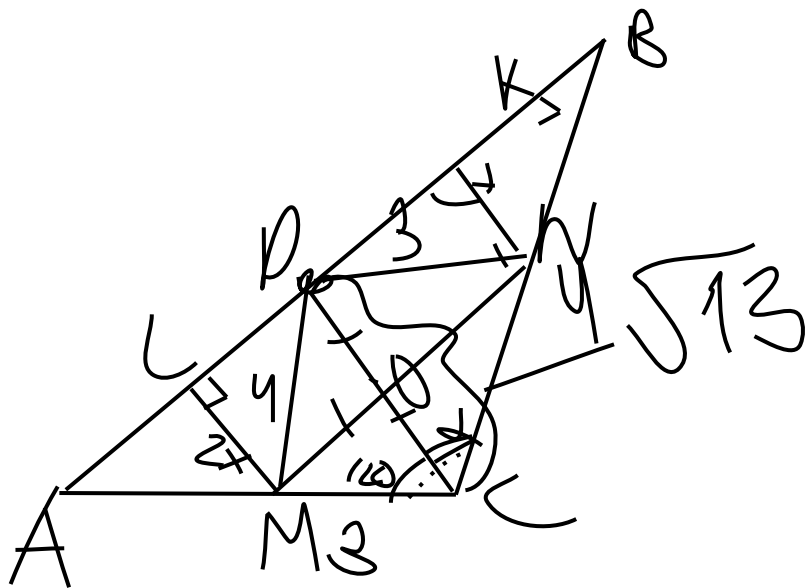


На стороне AB треугольника ABC выбрана точка D так, что  $CD = \sqrt{13}$  и  $\sin(\angle ACD) : \sin(\angle BCD) = 4 : 3$ . Через середину отрезка CD проведена прямая, пересекающая стороны AC и BC в точках M и N соответственно. Известно, что  $\angle ACB = 120^\circ$ , площадь  $\triangle MCN = 3\sqrt{3}$ , а расстояние от точки M до прямой AB в 2 раза больше расстояния от точки N до этой же прямой. Найти площадь  $\triangle ABC$



$$NO = \sqrt{\left(\frac{13}{4} + 16 - 2 \cdot 5\right)} = \frac{1}{2} \sqrt{13 + 64 - 40} = \frac{1}{2} \sqrt{37}$$

$$MO = \sqrt{\left(\frac{13}{4} + 9 - 3\right)} = \frac{1}{2} \sqrt{13 + 36 - 12} = \frac{1}{2} \sqrt{37}$$

$$NO = MO$$

$\triangle AMD \sim \triangle DNB \sim \triangle ACB$

$$\frac{2x}{x} = \frac{DM}{BN}$$

$$BN = 2$$

$$AM = 6$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot (3+6)(4+2) = \sqrt{3} \cdot 9 \cdot 3 = 27\sqrt{3}$$

$$S(\triangle MCN) = 3\sqrt{3}$$

$$CD = \sqrt{13}$$

$$\frac{\sin \angle ACD}{\sin \angle BCD} = \frac{4}{3}$$

$$C = 120^\circ$$

$$\frac{\sin(C-a)}{\sin a} = \frac{4}{3}$$

$$\sin(120^\circ - a) = \frac{4}{3} \sin a$$

$$\sin 120^\circ \cos a - \cos 120^\circ \sin a = \frac{4}{3} \sin a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos a + \frac{\sin a}{2} = \frac{4}{3} \sin a$$

$$\sqrt{3} \cos a + \sin a - \frac{8}{3} \sin a = 0$$

$$\sqrt{3} \cos a - \frac{5}{3} \sin a = 0$$

$$\sqrt{3} = \frac{5}{3} \tan a$$

$$\tan a = \frac{3\sqrt{3}}{5}$$

$$\tan^2 2a = -1 + \frac{1}{\cos^2 2a}$$

$$\frac{27}{25} + 1 = \frac{1}{\cos^2 2a}$$

$$\cos^2 2a = \frac{25}{52}$$

$$\sin a = \sqrt{1 - \frac{25}{52}} = \sqrt{\frac{27}{52}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{52}}$$

$$\sin(C-a) = \frac{4}{3} \sin a = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{52}}$$

$$S(\triangle MCN) = \frac{1}{2} (\sin 120^\circ \cdot MC \cdot NC) =$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{52}} \cdot NC \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} + MC \cdot \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{52}} \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} \right) =$$

$$= \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{52}} \cdot \frac{1}{4} (3NC + 4MC) = 3\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} MC \cdot NC = 6\sqrt{3}$$

$$MC \cdot NC = 12$$

$$3NC + 4MC = \frac{12}{\sqrt{1/4}}$$

$$\frac{9}{MC} + MC = \frac{3}{\sqrt{13/52}}$$

$$MC^2 - 6MC + 9 = 0$$

$$MC = 3$$

$$NC = 4$$