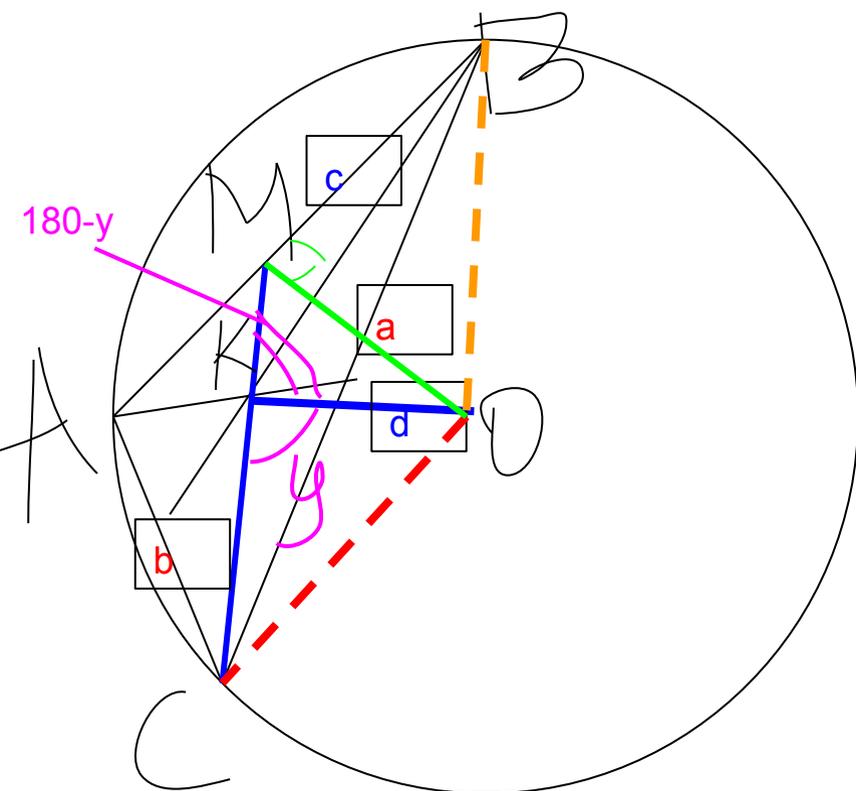


Дан трABC со сторонам a,b,c. Известная сторона c, известно расстояние от центра описанной окружности до точки пересечения медиан, равное d. Известно, что $a^2+b^2=2c^2$. Найти R

- tip1 - выяснить природы угла C
- tip2 - найти медиану CM
- tip3 найти CK
- tip4 рассм уг ОКМ
- tip5 надо найти OM - чтобы найти угол ОКМ из тр-ка ОКМ по Т кос
- tip6 надо понять, почему OM будет перпенд AB
- tip7 как строится центр опис окр-ти



$$1) c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$a^2 + b^2 = c^2 + 2ab \cos C$$

$$2c^2 = c^2 + 2ab \cos C$$

$$c^2 = 2ab \cos C$$

$$c^2 > 0 \Rightarrow 2ab \cos C > 0 \Rightarrow \cos C > 0$$

$$0 < C \leq 90 \Rightarrow \text{наш рисунок правильный}$$

$$2) m = \sqrt{(2a^2 + 2b^2 - c^2)/2} = \sqrt{(4c^2 - c^2)/2} = \sqrt{3c^2/2} = c\sqrt{3}/2$$

$$3) CK/KM = 2/1$$

$$CK = c\sqrt{3}/3$$

$$4) \angle OKM = 180 - y$$

OM - серединный перпендикуляр к стороне AB, т.к. он из середины стороны AB в центр описанной окр-ти (который является центром пересечения серединных перпенд-ров)

$$OM^2 = OB^2 - MB^2$$

$$OM^2 = R^2 - (c/2)^2$$

$$5) MO^2 = MK^2 + KO^2 - 2 \cdot MK \cdot KO \cdot \cos K$$

$$\cos K = (MK^2 + KO^2 - MO^2) / (2MK \cdot KO)$$

$$\cos K = ((c\sqrt{3}/6)^2 + d^2 - R^2 + (c/2)^2) / (2d \cdot (c\sqrt{3}/6))$$

$$\cos K = ((3c^2/36) + d^2 - R^2 + (c^2/4)) / (d \cdot (c\sqrt{3}/3))$$

$$\cos K = (c^2/12 + d^2 - R^2 + c^2/4) / (d \cdot c\sqrt{3}/3)$$

$$\cos K = (4c^2/12 + d^2 - R^2) / (d \cdot c\sqrt{3}/3)$$

$$\cos K = (c^2/3 + d^2 - R^2) / (d \cdot c\sqrt{3}/3)$$

$$6) \cos CKO = \cos y = (c^2/3 + d^2 - R^2) / (2d \cdot c\sqrt{3}/3)$$

$$7) (c^2/3 + d^2 - R^2) / (d \cdot c\sqrt{3}/3) = -(c^2/3 + d^2 - R^2) / (2d \cdot c\sqrt{3}/3)$$

$$(c^2/3 + d^2 - R^2) = -(c^2/3 + d^2 - R^2)/2$$

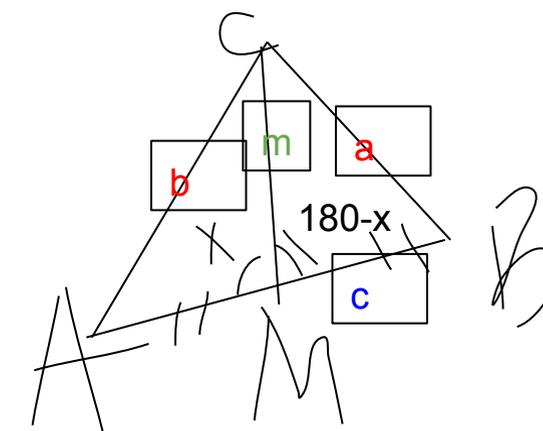
$$3(c^2/3 + d^2 - R^2)/2 = 0$$

$$(c^2/3 + d^2 - R^2) = 0$$

$$R^2 = c^2/3 + d^2$$

$$R = \sqrt{c^2/3 + d^2}$$

ОТВЕТ: $\sqrt{c^2/3 + d^2}$



$$AM = MB$$

$$b^2 = AM^2 + CM^2 - 2AM \cdot CM \cdot \cos x$$

$$a^2 = MB^2 + CM^2 - 2MB \cdot CM \cdot \cos(180-x)$$

$$b^2 = (c/2)^2 + m^2 - 2(c/2)m \cdot \cos x$$

$$a^2 = (c/2)^2 + m^2 - 2(c/2)m \cdot \cos(180-x)$$

$$\cos(180-x) = -\cos x$$

$$a^2 = (c/2)^2 + m^2 + 2(c/2)m \cdot \cos x$$

$$a^2 + b^2 = 2((c/2)^2 + m^2)$$

$$a^2 + b^2 = 2(c/2)^2 + 2m^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2/2 + 2m^2$$

$$m^2 = (a^2 + b^2 - c^2/2)/2$$

$$m^2 = (2a^2 + 2b^2 - c^2)/4$$

$$m = \sqrt{(2a^2 + 2b^2 - c^2)/4}$$

$$m = \sqrt{(2a^2 + 2b^2 - c^2)/2}$$

