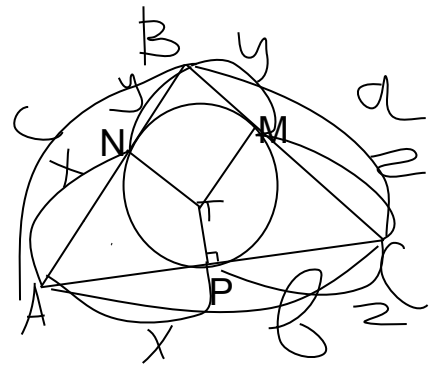
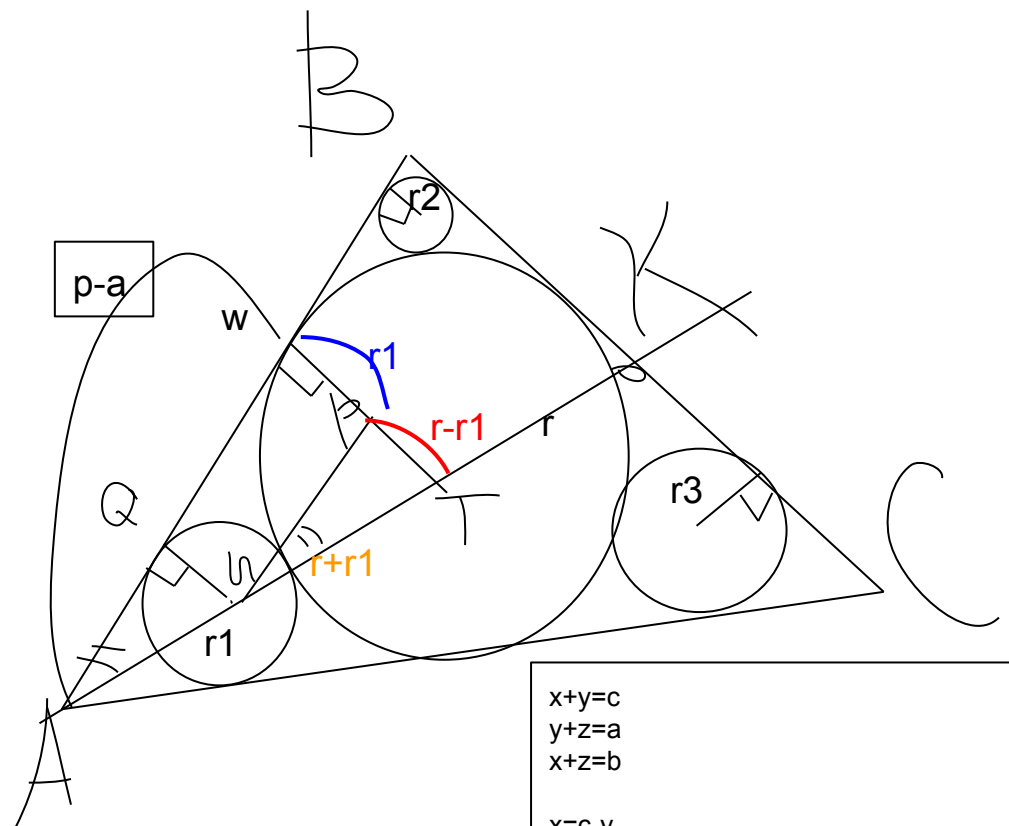


Дан произвольный трABC, в который вписана окружность радиуса г. В углы этого треугольника вписаны окружности, касающиеся сторон этого треугольника (прилежащих к этим углам) и вписанной окружности. Радиусы этих окружностей для углов A,B,C r1,r2,r3 соответственно. Радиусы r1,r2,r3 известны. Найти г.



$$\begin{aligned}
 x+y &= c \\
 y+z &= a \\
 x+z &= b \\
 \\
 x &= c-y \\
 c-y+z &= a \\
 \\
 x &= c-y \\
 z &= b-c+y \\
 y+b-c+y &= a \\
 \\
 y &= (a+c-b)/2 \\
 \\
 x &= c-y \\
 x &= (2c-(a-b+c))/2 = (2c-a+b-c)/2 = (b-a+c)/2 \\
 \\
 p &= (a+b+c)/2 \\
 x &= (b+c+a-2a)/2 = p-a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 PU^2 &= UT^2 - PT^2 = (r+r_1)^2 - (r-r_1)^2 = \\
 &= r^2 + 2rr_1 + r_1^2 - (r^2 - 2rr_1 + r_1^2) = \\
 &= 2rr_1 + 2rr_1 = 4rr_1 \\
 PU &= 2\sqrt{rr_1} \\
 \\
 UPT &\sim AWT \\
 AW/UP &= WT/PT = AT/UT \\
 (p-a)/2\sqrt{rr_1} &= r/(r-r_1) \\
 \\
 (r-r_1)/2\sqrt{rr_1} &= r/(p-a) \\
 (r-r_2)/2\sqrt{rr_2} &= r/(p-b) \\
 (r-r_3)/2\sqrt{rr_3} &= r/(p-c) \\
 \\
 \text{сумму всевозможных попарных произведений} \\
 \text{левая часть} \\
 r/(p-a) \cdot r/(p-b) + r/(p-a) \cdot r/(p-c) + r/(p-b) \cdot r/(p-c) &= \\
 = r^2 / ((p-a)(p-b) + (p-a)(p-c) + r^2 / ((p-b)(p-c)) &= \\
 = r^2 ((p-c) + (p-b) + (p-a)) / ((p-a)(p-b)(p-c)) &= \\
 = r^2 (3p - c - b - a) / ((p-a)(p-b)(p-c)) &= \\
 = r^2 (3(a+b+c) / 2 - c - b - a) / ((p-a)(p-b)(p-c)) &= \\
 = r^2 ((3a+3b+3c-2c-2b-2a) / 2) / ((p-a)(p-b)(p-c)) &= \\
 = r^2 ((c+b+a) / 2) / ((p-a)(p-b)(p-c)) &= \\
 = r^2 \cdot p / ((p-a)(p-b)(p-c)) = r^2 \cdot p^2 / ((p-a)(p-b)(p-c)p) &= \\
 = (pr)^2 / ((p-a)(p-b)(p-c)p) = S^2 / S^2 = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (r-r_1)(r-r_2)/\sqrt{r_1}\sqrt{r_2} + (r-r_3)(r-r_2)/\sqrt{r_2}\sqrt{r_3} + (r-r_1)(r-r_3)/\sqrt{r_1}\sqrt{r_3} &= 4 \\
 [(r-r_1)(r-r_2)\sqrt{r_3} + (r-r_3)(r-r_2)\sqrt{r_1} + (r-r_1)(r-r_3)\sqrt{r_2}] / \sqrt{r_1}\sqrt{r_2}\sqrt{r_3} &= 4 \\
 [(r^2 - r_1r_2 - r_1r_2 + r_1r_2)\sqrt{r_3} + (r^2 - r_2r_3 - r_2r_3 + r_2r_3)\sqrt{r_1} + (r^2 - r_3r_1 - r_3r_1 + r_3r_1)\sqrt{r_2}] / \sqrt{r_1}\sqrt{r_2}\sqrt{r_3} &= 4 \\
 [r^2\sqrt{r_3} - r_1\sqrt{r_3} + r_1r_2\sqrt{r_3} + r_1r_2\sqrt{r_3} + r^2\sqrt{r_1} - r_2\sqrt{r_1} + r_2r_3\sqrt{r_1} + r_2r_3\sqrt{r_1} + r^2\sqrt{r_2} - r_3\sqrt{r_2} + r_3r_1\sqrt{r_2} + r_3r_1\sqrt{r_2}] &= \\
 = 4r\sqrt{r_1}\sqrt{r_2}\sqrt{r_3} & \\
 r^2\{V(r_3)+V(r_1)+V(r_2)\} - r\{r_2V(r_3)+r_1V(r_3)-r_2V(r_1)+r_3V(r_1)+r_3V(r_2)+r_1V(r_2)\} + \{r_1r_2V(r_3)+r_2r_3V(r_1)+r_1r_3V(r_2) - & \\
 - 4rV(r_1)V(r_2)V(r_3)\} = 0 &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Vr_1 + Vr_2 + Vr_3 &= a \\
 Vr_1 Vr_2 Vr_3 &= b \\
 Vr_1 Vr_2 + Vr_2 Vr_3 + Vr_1 Vr_3 &= c \\
 r^2\{V(r_3)+V(r_1)+V(r_2)\} - r\{r_2V(r_3)+r_1V(r_3)+r_2V(r_1)+r_3V(r_1)+r_3V(r_2)+r_1V(r_2) + 4V(r_1)V(r_2)V(r_3)\} + \{r_1r_2V(r_3)+r_2r_3V(r_1)+r_1r_3V(r_2) - & \\
 a^2 r^2 - r(ac-3b + 4b) + cb &= 0 \\
 a^2 r^2 - r(ac+b) + cb &= 0 \\
 \\
 r_2V(r_3)+r_1V(r_3)+r_2V(r_1)+r_3V(r_1)+r_3V(r_2)+r_1V(r_2) &= \\
 (V(r_2)V(r_3))(V(r_2)+V(r_3) + Vr_1) + V(r_3)V(r_1)(V(r_1)+V(r_3)+Vr_2) + V(r_1)V(r_2)(V(r_1)+V(r_2)+Vr_3) - V(r_2)V(r_3)Vr_1 - V(r_3)V(r_1)Vr_2 & \\
 - V(r_1)V(r_2)Vr_3 = (V(r_2)+V(r_3) + Vr_1) [V(r_2)V(r_3) + V(r_3)V(r_1) + V(r_1)V(r_2)] - 3V(r_3)V(r_1)Vr_2 = ac-3b & \\
 r_1r_2V(r_3)+r_2r_3V(r_1)+r_1r_3V(r_2) = Vr_1Vr_2Vr_3(Vr_1Vr_2+Vr_2Vr_3+Vr_3Vr_1) = cb &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a^2 r^2 - r(ac+b) + cb &= 0 \\
 D &= (ac+b)^2 - 4abc = a^2c^2 + 2acb + b^2 - 4abc = \\
 &= a^2c^2 - 2acb + b^2 = (ac-b)^2 \\
 \\
 r_1 &= (ac+b + ac-b) / 2a = ac / a = c \\
 \\
 r_2 &= (ac+b - ac+b) / 2a = b/a \\
 \\
 r_1 &= (Vr_1Vr_2+Vr_2Vr_3+Vr_1Vr_3) \\
 r_2 &= Vr_1Vr_2Vr_3 / (Vr_1+Vr_2+Vr_3)
 \end{aligned}$$