Задача 1. Докажите, что решение неравенства $|a-x| < \varepsilon$ $(\varepsilon>0)$ есть интервал с концами $a-\varepsilon$, $a+\varepsilon$.

Задача 2. Докажите неравенство $|a+b| \leq |a|+|b|$. В каких случаях имеет место равенство?

Задача 3. Рассматривается система двух неравенств: $|a-x| < \alpha$, $|b-x| < \beta$. При каких a, b, α и β система имеет решение? (Выразите условие существования решения через арифметические действия и функции min и max).

Задача 4. Докажите, что если система неравенств предыдущей задачи имеет решение, то оно есть интервал. Запишите этот интервал в виде решения неравенства $|x-c| < \gamma$; выразите c и γ через a, b, α и β с помощью арифметических действий и функций min и max.

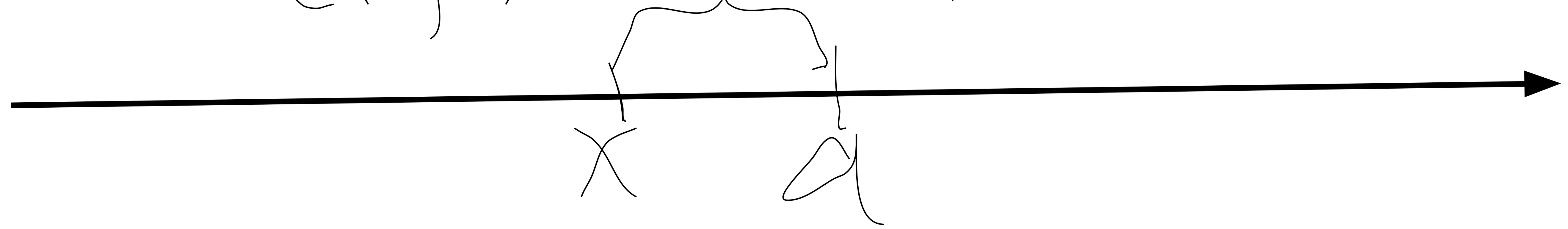
$x = a - \varepsilon + \Delta$

$a - x = \cancel{a} - \cancel{a} + \varepsilon - \Delta = \varepsilon - \Delta < \varepsilon$

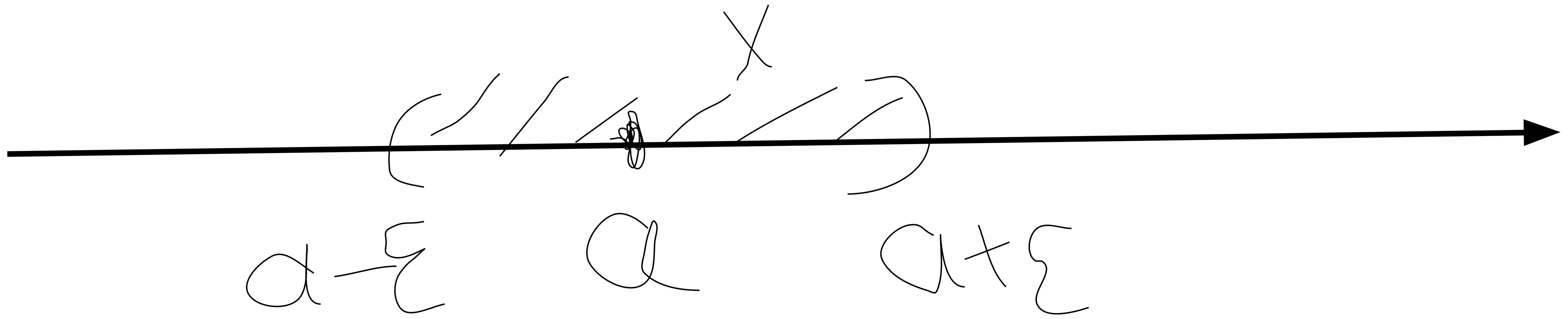
$\Delta = 2\varepsilon$

$|\varepsilon - 2\varepsilon| = \varepsilon$

$d(a,x) = |a-x|$



расстояние от а до х меньше е   х не отскочит от фиксированного а дальше чем на е



$|a|+|b| \geq |a+b|$

$a>0 \quad b<0$

$a-b$

$|a|+|b| \geq |a+b|$

$|a|^2+2|a|\cdot|b|+|b|^2 \geq |a+b|^2$

$a^2+2|a||b|+b^2 \geq (a+b)^2$

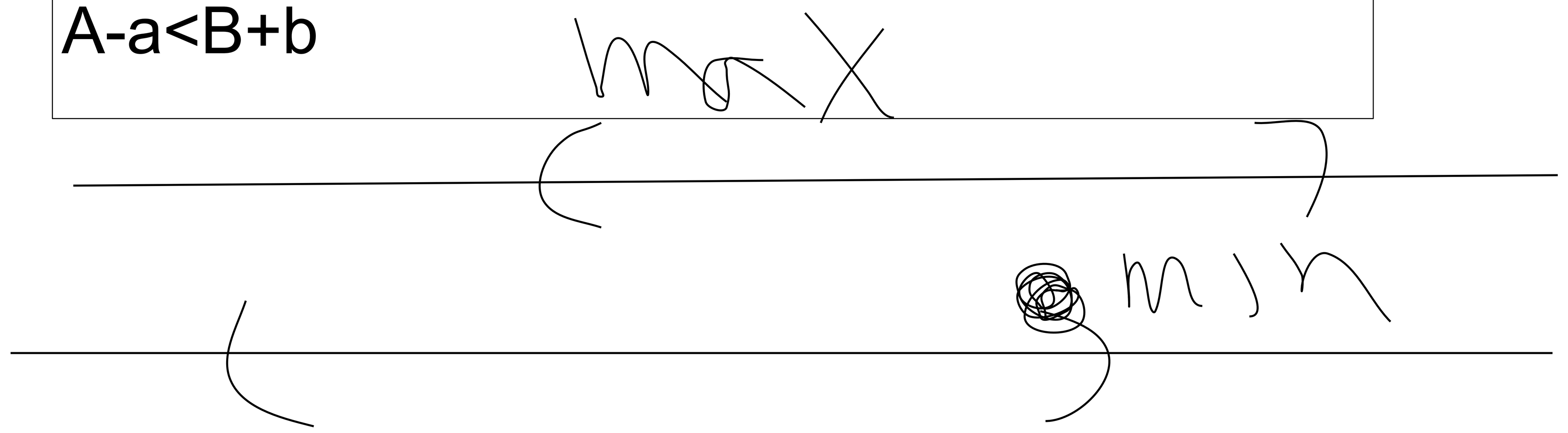
$a^2+2|a||b|+b^2 \geq a^2+b^2+2ab$

$2|a||b| \geq 2ab$

A-a < x <A+a
B-b < x <B+b

max(A-a, B-b) < min(A+a,B+b)

B-b < A+a
A-a<B+b



max(A-a, B-b) < x < min(A+a,B+b)
c - y < x < c + y |x-c|<y

c - y=max(A-a, B-b)
c+ y=min(A+a,B+b)

c=[max(A-a, B-b)+min(A+a,B+b)]/2
y=[min(A+a,B+b)-max(A-a, B-b)]/2