Задача 1. Докажите, что решение неравенства $|a-x| < \varepsilon$ $(\varepsilon>0)$ есть интервал с концами $a-\varepsilon$, $a+\varepsilon$.

Задача 2. Докажите неравенство $|a+b| \le |a|+|b|$. В каких случаях имеет место равенство?

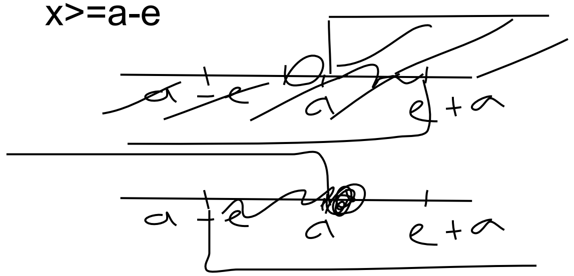
Задача 3. Рассматривается система двух неравенств: $|a-x| < \alpha$, $|b-x| < \beta$. При каких a, b, α и β система имеет решение? (Выразите условие существования решения через арифметические действия и функции min и max).

Задача 4. Докажите, что если система неравенств предыдущей задачи имеет решение, то оно есть интервал. Запишите этот интервал в виде решения неравенства $|x-c| < \gamma$; выразите c и γ через a, b, α и β с помощью арифметических действий и функций min и max.

task01

1 alternative

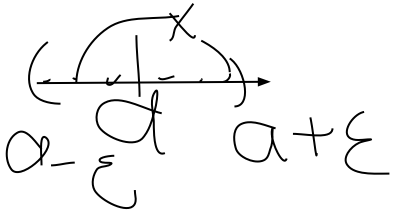
|a-x| < e
1) x>a
x-a<e
x<e+a
2) x<=a
a-x<=e
x>=a-e



2 alternative

|a-x|=dist(a,x)

dist(a,x)<e



task02

1 alternative

if a>0 and b>0 => a+b>0
|a+b| = a + b |
|a| + |b| = a + b |=> |a+b| = |a| + |b|
if a<0 and b<0 => a+b<0
|a+b| = -a - b |
|a| + |b|= -a - b|=> |a+b| = |a| + |b|

a>0 and b<0 or a<0 and b>0
|a+b| < |a| + |b|
так как вычитание произойдет в |a+b|, но не в |a| + |b|

2 alternative

|a+b| <= |a| + |b|
(|a+b|)^2 <= (|a|+|b|)^2
a^2+2ab+b^2 <= |a|^2+2|ab|+|b|^2
a^2+2ab+b^2 <= a^2+2|ab|+b^2
ab <= |ab|

task03

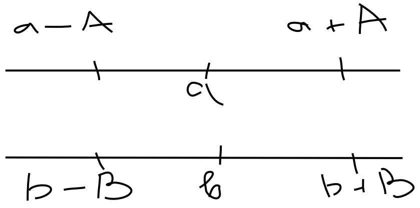
{|a-x| < A
{|b-x| < B

a-A<x<a+A
b-B<x<b+B

пример min(a,b)<max(A,B)

if a-A > b+B 0 sol
if b-B > a+A 0 sol

1 alt
a-A < b+B && b-B < a+A
2 alt
max(a-A,b-B)<min(a+A,b+B)



task04

c-j=max(a-A,b-B)
c+j=min(a+A,b+B)

c=max(a-A,b-B)+j
max(a-A,b-B)+2j=min(a+A,b+B)

c=max(a-A,b-B)+j
j=[min(a+A,b+B)-max(a-A,b-B)]/2

c=[min(a+A,b+B)+max(a-A,b-B)]/2
j=[min(a+A,b+B)-max(a-A,b-B)]/2