Задача 1. Докажите, что решение неравенства $|a-x| < \varepsilon$ $(\varepsilon>0)$ есть интервал с концами $a-\varepsilon$, $a+\varepsilon$.

Задача 2. Докажите неравенство $|a+b| \leq |a|+|b|$. В каких случаях имеет место равенство?

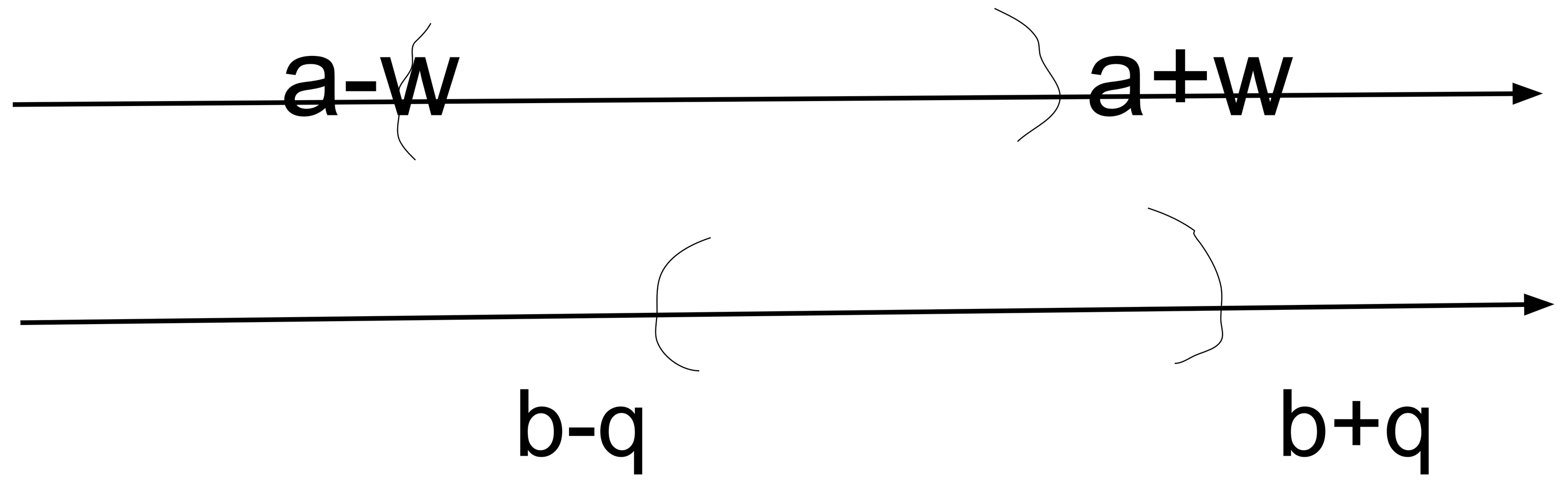
Задача 3. Рассматривается система двух неравенств: $|a-x| < \alpha$, $|b-x| < \beta$. При каких a, b, α и β система имеет решение? (Выразите условие существования решения через арифметические действия и функции min и max).

Задача 4. Докажите, что если система неравенств предыдущей задачи имеет решение, то оно есть интервал. Запишите этот интервал в виде решения неравенства $|x-c| < \gamma$; выразите c и γ через a, b, α и β с помощью арифметических действий и функций min и max.

|a+b| <= |a| + |b| |^2
(a+b)^2 <= a^2 + 2|a||b| + b^2
ab <= |a||b|

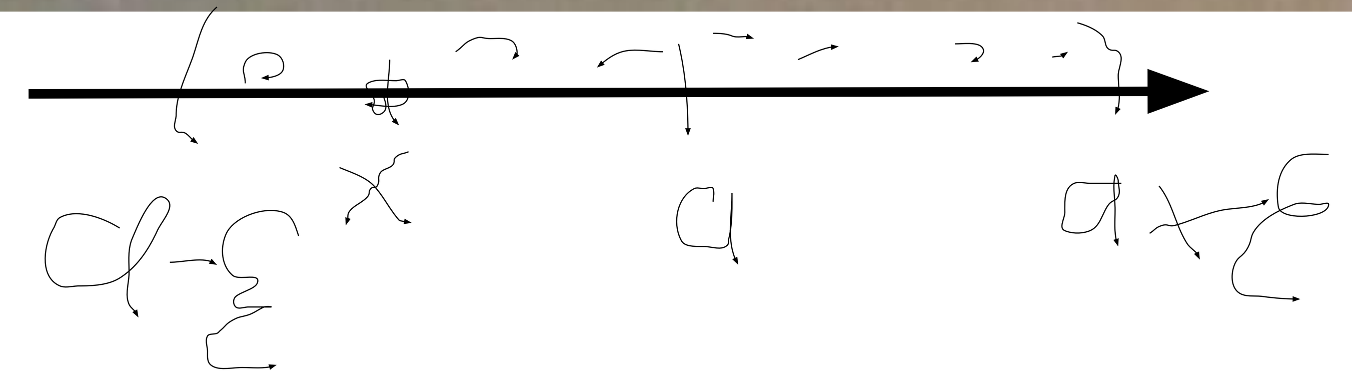
{ |a-x| < w => x э (a-w;a+w)
{ |b-x| < q   => x э (b-q;b+q)

x э (max(a-w;b-q) ; min(a+w;b+q))



|a-x| < e
1)a-x >= 0 => x<=a
a-x < e
x > a-e
xэ (a-e;a]
2)a-x<0   x>a
a-x>e
x<a+e
x э (a;a+e)

Ответ: x э (a-e;a+e)



|x-c| < y
x э (c-y;c+y)

{ c-y = max(a-w;b-q)
{ c+y = min(a+w;b+q))

2c=min(a+w;b+q)) + max(a-w;b-q)

c=[min(a+w;b+q)) + max(a-w;b-q)] / 2
y=[min(a+w;b+q)) - max(a-w;b-q)] / 2