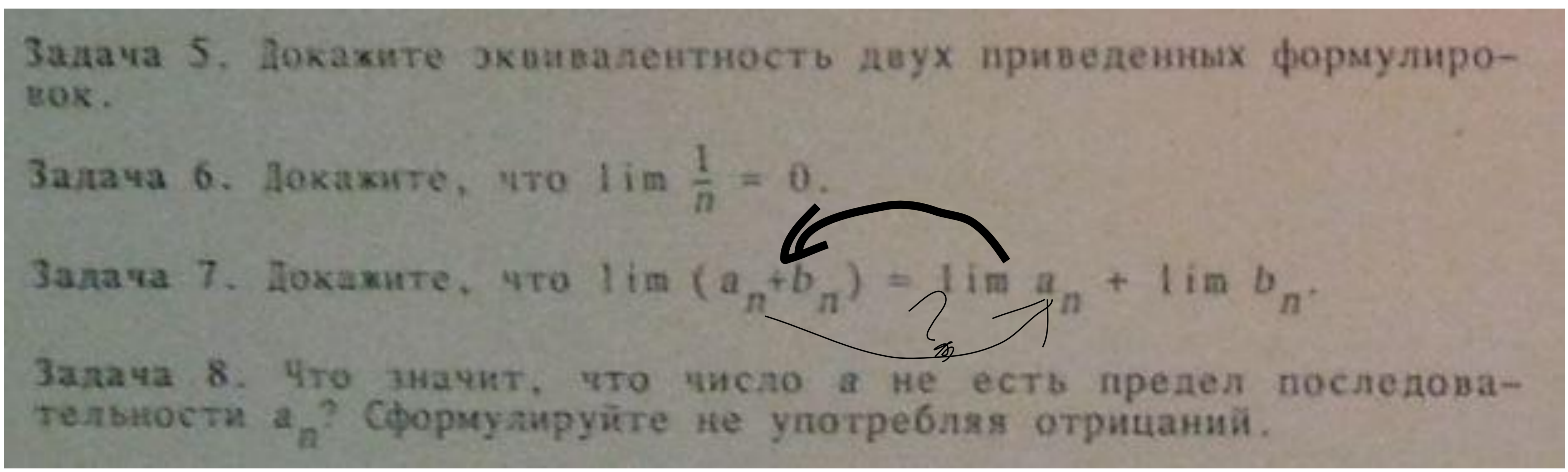


$$\forall \epsilon > 0 \exists N(\epsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow |x_n - a| < \epsilon \cdot \text{const}$$

рассмотрим эти определения, выполненные одновременно, ϵ в обоих определениях одна и та же



1)
2)

$$\forall \epsilon > 0 \exists N_1(\epsilon) > 0 : \forall n > N_1 \Rightarrow |a_n - a| < \epsilon$$

$$\lim(a_n) = a$$

Дано

$$\forall \epsilon > 0 \exists N_2(\epsilon) > 0 : \forall n > N_2 \Rightarrow |b_n - b| < \epsilon$$

$$\lim(b_n) = b$$

$$\forall \epsilon > 0 \exists N(\epsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow |a_n + b_n - a - b| < \epsilon$$

$$\lim(a_n + b_n) = a + b$$

Найти

$$\forall \epsilon > 0 \exists N(\epsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow |a_n + b_n - a - b| < 2 \cdot \epsilon$$

$$a + \epsilon > a_n > a - \epsilon$$

$$b + \epsilon > b_n > b - \epsilon$$

$$a + b + 2\epsilon > a_n + b_n > a + b - 2\epsilon$$

$N = N_1 + N_2$
 $N = \max(N_1, N_2) = N_1$

$a_n = (-1)^n$
 $b_n = (-1)^{n+1}$
 $a_n + b_n = (-1)^n + (-1)^{n+1} = (-1)^n(1 - 1) = 0$
 $\lim(a_n + b_n) = 0$
 $\lim(a_n) = ?$ не существует
 $\lim(b_n) = ?$ не существует

$\lim(a_n + b_n) = \lim(a_n) + \lim(b_n)$
 слева направо
 верно только тогда, когда пределы справа
 существуют

$\lim(a_n) + \lim(b_n) = \lim(a_n + b_n)$
 справа налево
 верно всегда