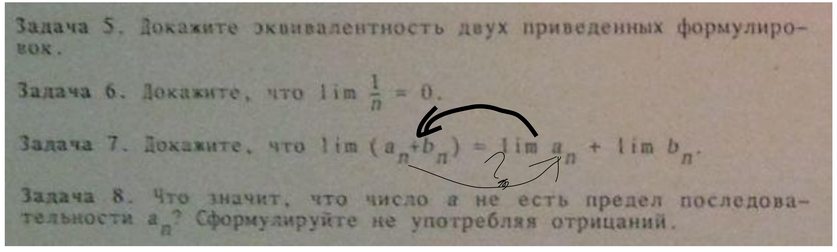
$\forall$ e>0 $\exists$ N(e)>0 : $\forall$ n>N => |x_n-a|<e*const

рассмотрим эти определения, выполненные одновременно,
е в обоих определениях одна и та же



Задача 5. Докажите эквивалентность двух приведенных формулировок.

Задача 6. Докажите, что $\lim \frac{1}{n} = 0$.

Задача 7. Докажите, что $\lim (a_n+b_n) = \lim a_n + \lim b_n$.

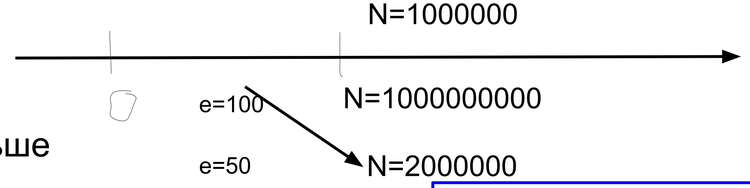
Задача 8. Что значит, что число a не есть предел последовательности a_n? Сформулируйте не употребляя отрицаний.

1) $\forall$ e>0 $\exists$ N1(e)>0 : $\forall$ n>N1 => |a_n-a|<e — lim(a_n)=a — Дано

2) $\forall$ e>0 $\exists$ N2(e)>0 : $\forall$ n>N2 => |b_n-b|<e — lim(b_n)=b

$\forall$ e>0 $\exists$ N(e)>0 : $\forall$ n>N => |a_n + b_n - a - b|<e — lim(a_n+b_n)=a+b

$\forall$ e>0 $\exists$ N1(e)>0 : $\forall$ n>N1 => |a_n-a|<e => $\forall$ e>0 $\exists$ N1(e)>0 : $\forall$ n>N1 => |a_n-a|<e/2

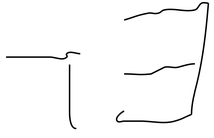


Раз номер найдется слева, значит и справа найдется, но возможно подальше

$\forall$ e>0 $\exists$ N2(e)>0 : $\forall$ n>N2 => |b_n-b|<e => $\forall$ e>0 $\exists$ N2(e)>0 : $\forall$ n>N2 => |b_n-b|<e/2

$\forall$ e>0 $\exists$ N(e)>0 : $\forall$ n>N => |a_n + b_n - a - b|<e — lim(a_n+b_n)=a+b

N(e)=max(N1(e),N2(e))



a-e/2<a_n<a+e/2

b-e/2 < b_n < b+e/2

a+b-e<a_n+b_n<a+b+e

|a_n+b_n-a-b|<e

example1
a_n=-n
b_n=n
lim(a_n+b_n)=0
lim(a_n) !E && lim(b_n) !E

example2
a_n=(-1)^n
b_n=(-1)^(n+1)
lim(a_n+b_n)=(-1)^1+(-1)^(1+1)=
=(-1)^1+(-1)^(2)=0

example3
ДОК-ТЬ, что не может такого быть,
что lim(an) E, lim(bn) !E, lim(an+bn) E

example3 prove
пусть это случилось

E lim(an) => E lim(-an)

E lim(-an) и E lim(an+bn) по условию=>
=>E lim(an+bn - an) =
=E lim(bn) - а он не существует,
противоречие