

$$\forall \epsilon > 0 \exists N(\epsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow |x_n - a| < \epsilon \cdot \text{const}$$

рассмотрим эти определения, выполненные одновременно,
е в обоих определениях одна и та же

1)

$$\forall \epsilon > 0 \exists N1(\epsilon) > 0 : \forall n > N1 \Rightarrow |a_n - a| < \epsilon$$

$$\lim(a_n) = a$$

Дано

2)

$$\forall \epsilon > 0 \exists N2(\epsilon) > 0 : \forall n > N2 \Rightarrow |b_n - b| < \epsilon$$

$$\lim(b_n) = b$$

Мы хотим: $\lim(a_n) + \lim(b_n) = \lim(a_n + b_n) = a + b$

$$\forall \epsilon > 0 \exists N3(\epsilon) > 0 : \forall n > N3 \Rightarrow |a_n + b_n - a - b| < \epsilon$$

$$|a_n + b_n - a - b| < \epsilon$$

$$|a_n - a| < \epsilon \quad a - \epsilon < a_n < a + \epsilon$$

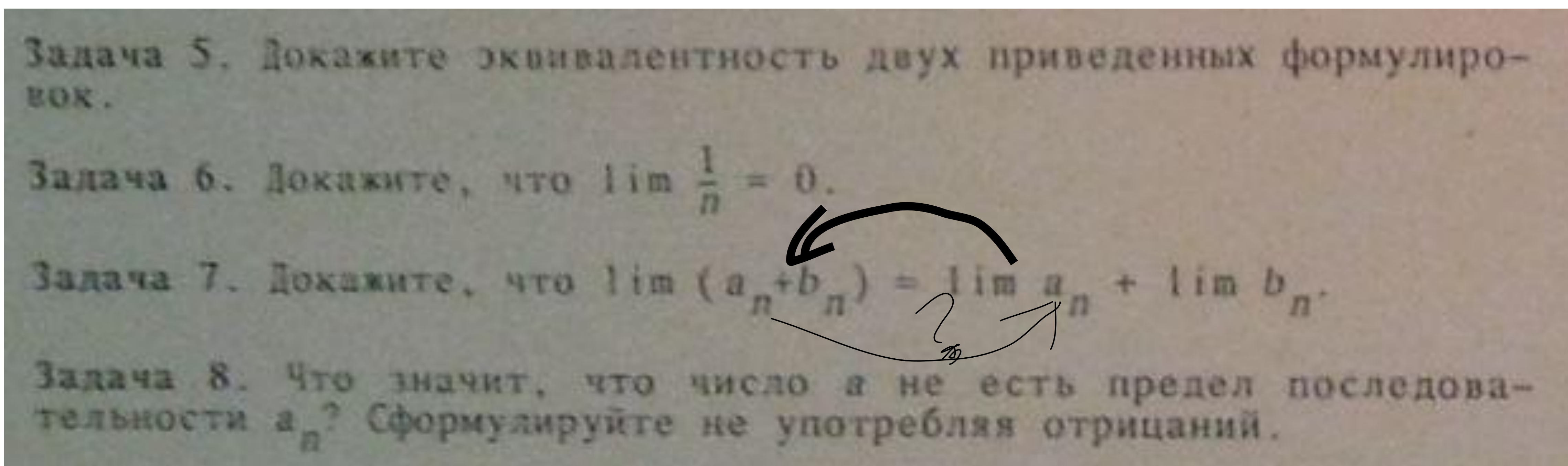
$$|b_n - b| < \epsilon \quad b - \epsilon < b_n < b + \epsilon$$

$$a + b - 2\epsilon < a_n + b_n < a + b + 2\epsilon$$

$$|a_n + b_n - a - b| < 2\epsilon$$

$$N3 = N1 + N2$$

$$N3 = \max(N1, N2)$$



$$a(n) = 1/n$$

$$b(n) = 2^n$$

$$c(n) = a(n) + b(n) = 1/n + 2^n$$

Предел суммы равен сумме
пределов, если последние
существуют

$$a_n = n$$

$$b_n = -n$$

$$a_n + b_n = 0$$