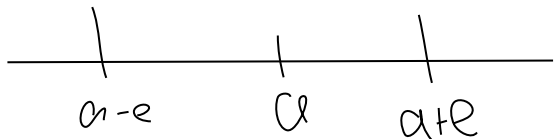


Докажите, что если последовательность имеет предел, то она ограничена. (Последовательность называется ограниченной, если существует такое число  $C$ , что для любого натурального  $n$   $|a_n| < C$ )



Рассмотрим некоторое конкретное  $\epsilon$ . Для него найдется номер  $N$ , начиная с которого в  $\epsilon$ -окрестность провалится бесконечный хвост последовательности. Так как бесконечный хвост последовательности провалится в  $\epsilon$ -окрестность, то за ее пределами останется конечная часть последовательности. Из конечных частей можно найти максимальное и минимальное число.

$$\forall \epsilon > 0 \exists N(\epsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow |x_n - a| < \epsilon \cdot \text{const}$$