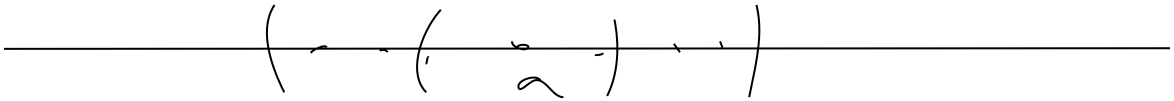
Бывает ли так: последовательность не имеет предела, но если выбросить из нее любую бесконечную подпоследовательность, сохраняя порядок остальных членов, и так, что остается бесконечное количество членов, то оставшаяся последовательность всегда имеет предел.

E e>0, A N: E n>N: |a_n-a|>=e

Нет предела, это значит, что найдётся такая окрестность е, что из этой окрестности переодически бесконечно много раз будут выпрыгивать элементы



факт - у каждой ограниченной последовательности есть хотя бы одна точка сгущения

1 сценарий
улетает в бесконечность
[какой-то бы ты ни взял интервал, в нем будет лишь конечное число элементов]
пример - все натуральные числа
Решение: убираем все через 1, и предела всё равно нету
2 сценарий
не улетает в бесконечность
[найдется интервал, что в нем будет бесконечное число элементов]
Внутри этого интервала найдётся точка сгущения нашей последовательности.
Так как наша последовательность не имееет предела ни в одной точке, значит она не имеет предела и в точке сгущения внутри интервала. Это значит, что найдётся такая окрестность этой точки сгущения, из которой бесконечно много раз будут выпрыгивать элементы. Выкинем каждый 2-ой элемент из выпригивающих. Останется, что точка сгущения всё ещё точка сгущения, но она не станет пределом, так как элементы всё ещё из неё выпригивают. И при этом другого предела не может быть, так как точка сгущения этого не позволит