

ОПРЕДЕЛЕНИЕ конечной точки сгущения a последовательности x_n

$\forall \epsilon > 0 \forall N(\epsilon) > 0 : \exists n > N \Rightarrow |x_n - a| < \epsilon \cdot \text{const}$ (конечная точка сгущения)

$\forall \epsilon > 0 : \exists n > 0 \Rightarrow |x_n - a| < \epsilon$ (конечная точка сгущения)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ конечной точки сгущения a последовательности x_n "по простому"

как бы близко ты к "а" ни подкрался, там обязательно рядом с "а" в окрестности найдется какой-то элемент последовательности. Т.е. не все элементы последовательности обязательно будут сгущаться к "а" как в определении предела, но какие-то точно будут сгущаться

Задача1

Сформулируйте определения ограниченной (с обеих сторон) и неограниченной (с обеих сторон) последовательностей.

Задача2

Сформулируйте определения 2-х бесконечных точек сгущения ($+\infty$ и $-\infty$)

$\exists \epsilon > 0 \forall N(\epsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow |x_n - a| < \epsilon \cdot \text{const}$ (ограниченная последовательность)

$\exists \epsilon > 0 : \forall n > 0 \Rightarrow |x_n| < \epsilon$ (ограниченная последовательность)

$\forall \epsilon > 0 \exists N(\epsilon) > 0 : \exists n > N \Rightarrow |x_n - a| \geq \epsilon \cdot \text{const}$ (неограниченная последовательность)

$\forall \epsilon > 0 : \exists n > 0 \Rightarrow |x_n| \geq \epsilon$ (неограниченная последовательность)

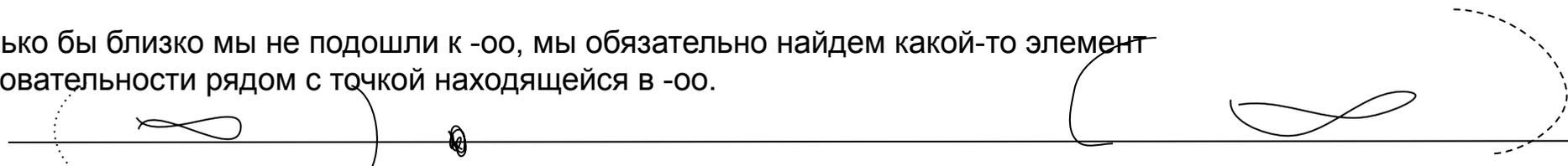
$\forall \epsilon > 0 \forall N(\epsilon) > 0 : \exists n > N \Rightarrow x_n > \epsilon$ ($+\infty$ точка сгущения)

$\forall \epsilon > 0 \exists n > 0 \Rightarrow x_n > \epsilon$ ($+\infty$ точка сгущения)

$\forall \epsilon > 0 \forall N(\epsilon) > 0 : \exists n > N \Rightarrow x_n < -\epsilon$ ($-\infty$ точка сгущения)

Насколько бы близко мы не подошли к $+\infty$, мы обязательно найдем какой-то элемент последовательности рядом с точкой находящейся в $+\infty$.

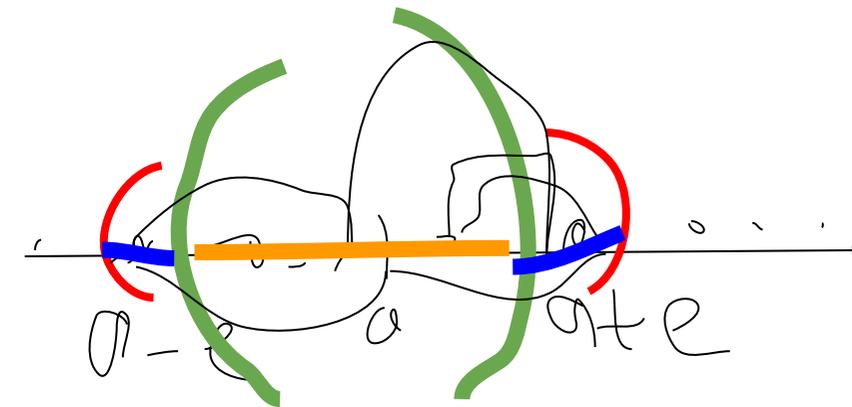
Насколько бы близко мы не подошли к $-\infty$, мы обязательно найдем какой-то элемент последовательности рядом с точкой находящейся в $-\infty$.



$\forall \epsilon > 0 \exists N(\epsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow |x_n - a| < \epsilon \cdot \text{const}$ (определение предела)

Начиная с какого-то числа все члены последовательности попадут в окрестность числа a

$\forall \epsilon > 0 : \forall n > 0 \Rightarrow |x_n - a| < \epsilon$ (Все члены последовательности совпадут с точкой a)



$N=100$

$N=1000$

Между $N=100$ и $N=1000$ члены последовательности могут быть не только в синей области, но и в оранжевой