∀ e>0 ∀ N(e)>0 : E n>N => |x_n-a|<e*const

Задача 4. Бывает ли так: последовательность $\{a_n\}$ не имеет предела, но если выбросить из нее любую бесконечную подпоследовательность, сохранив порядок остальных членов, и так, что остается бесконечное количество членов, то оставшаяся подпоследовательность всегда имеет предел.

Более сильное Утверждение: у последовательности обязательно найдётся точка сгущения (конечная или бесконечная)

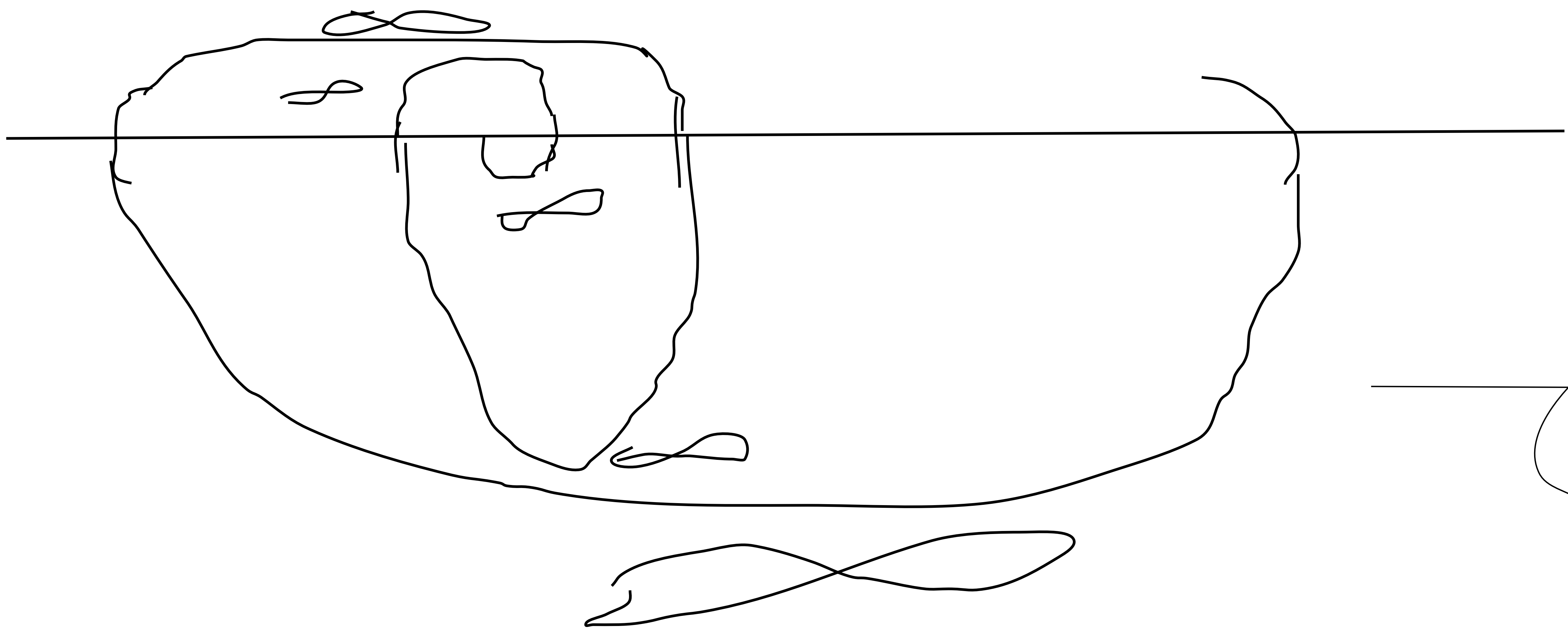
E e>0 A N>0: E n>N: |x_n-a|>=e

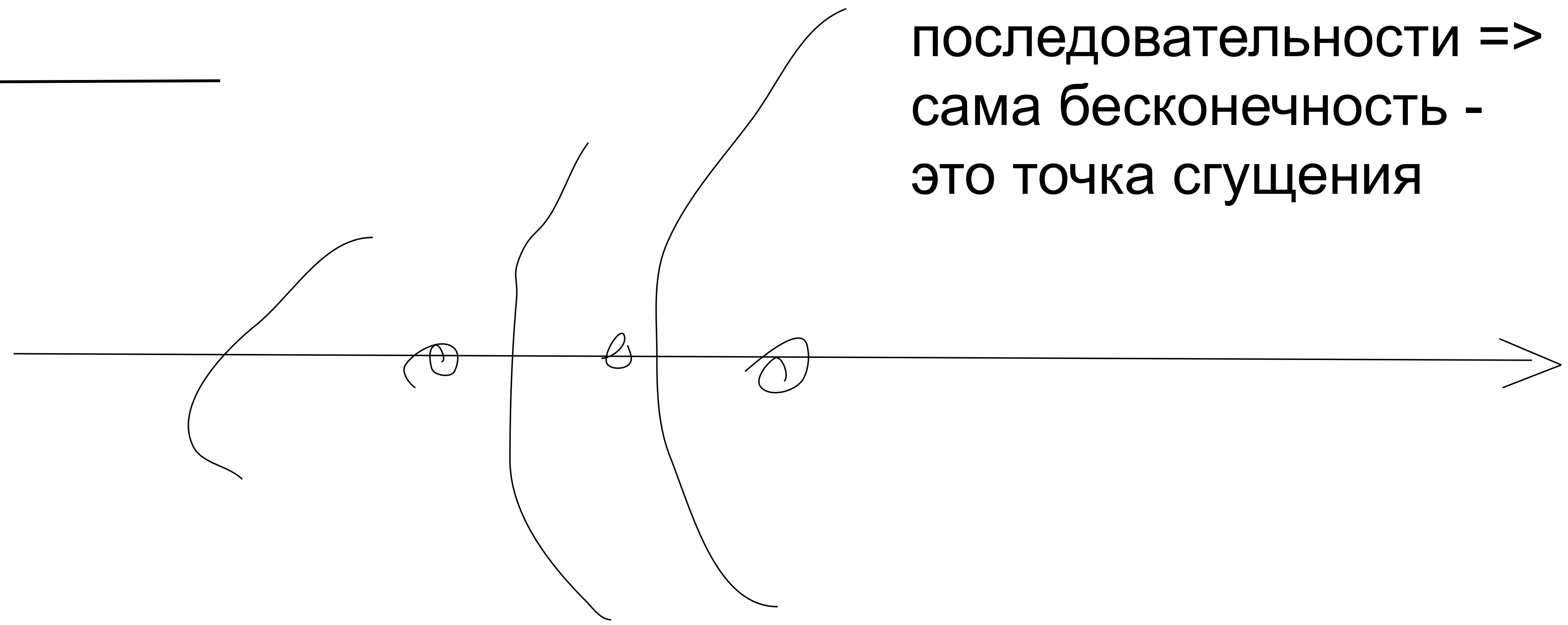
по лемме о вложенных отрезках у них есть хотя об общая точка=> это точка будет конечной точкой сгущения: потому что в любой ее окрестности бесконечно много членов последовательности

Подсказка во втором документе

для любой последовательности

1) ограниченная => конечная точка сгущения
2) неограниченная => бесконечная точка сгущения ДЗ





в любой окрестности бесконечности будет точка последовательности => сама бесконечность - это точка сгущения