

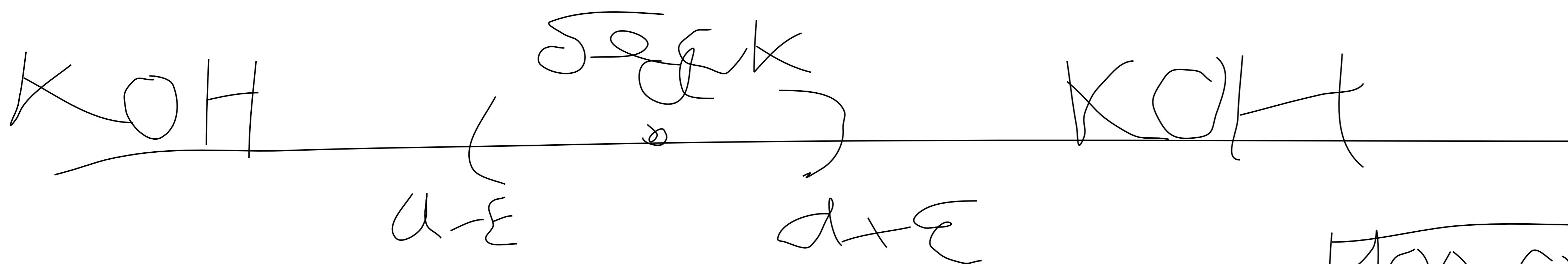
Задача 5. Пусть  $\pi = f(n)$  – взаимно однозначное преобразование множества натуральных чисел в себя. Дано:  $\lim a_n = a$ . Последовательность  $\{b_n\}$  получена из  $\{a_n\}$  перенумерацией, то есть  $b_n = a_{f(n)}$ . Докажите, что предельное поведение этих последовательностей одинаково, то есть если одна из них имеет предел, то и другая имеет предел, притом тот же самый.

$$\forall \epsilon > 0 \exists N(\epsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow |a_n - a| < \epsilon \cdot \text{const}$$

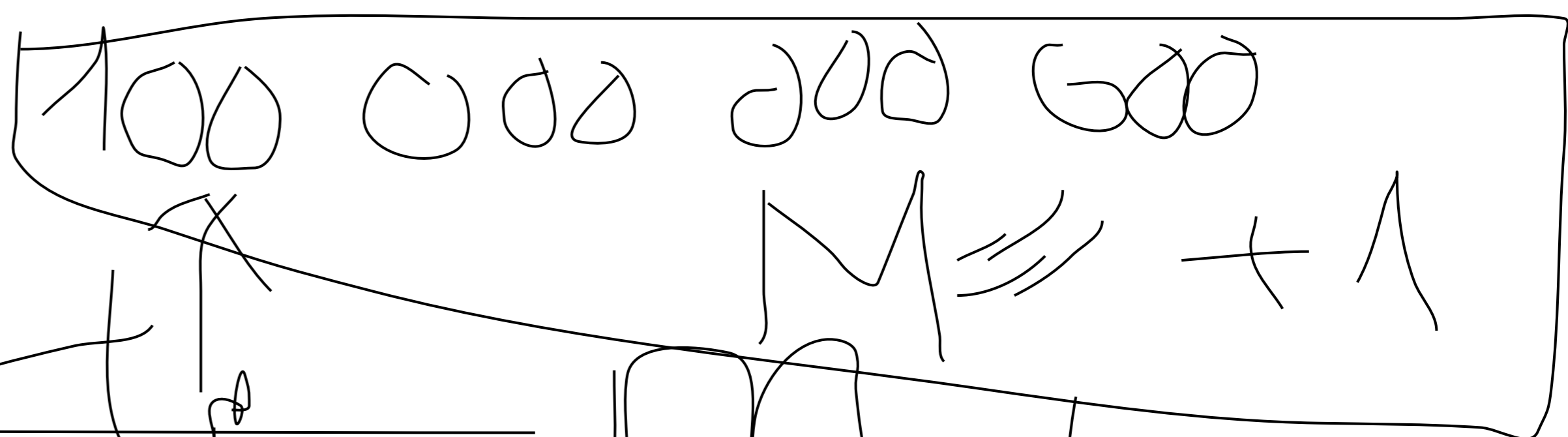
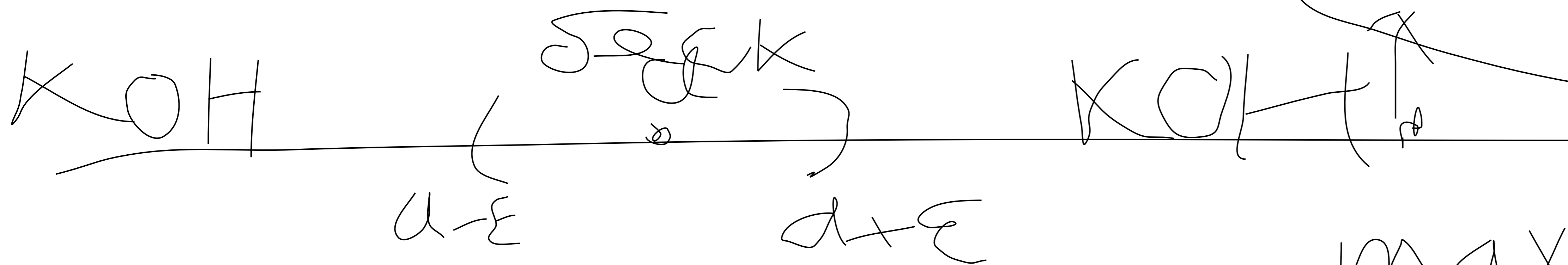
уа+10

$$\forall \epsilon > 0 \exists M(\epsilon) > 0 : \forall m > M \Rightarrow |a_m - a| < \epsilon \cdot \text{const}$$

найти



$N = 1000000$   
n



max

намере

1) снаружи для красного конечное  $\Rightarrow$  при перенумерации все члены останутся на месте, а значит и снаружи и для перенумерованной послед-ти будет конечное  $\Rightarrow$  а значит мы сможем найти номер  $M \Rightarrow$  а значит будет предел у синей

начиная с номера  $M$  у перенумерованной послед-ти все попадут в  $\epsilon$ -окрестность, а до номера  $M$  где будут лежать члены послед-ти? (езде!!!, снаружи окрестности, внутри окрестности)

$N$  - номер, начиная с которого все попадут в  $\epsilon$ -окрестность  
 $M$  - номер, начиная с которого все попадут в ту же  $\epsilon$ -окрестность для перенумерованной последовательности