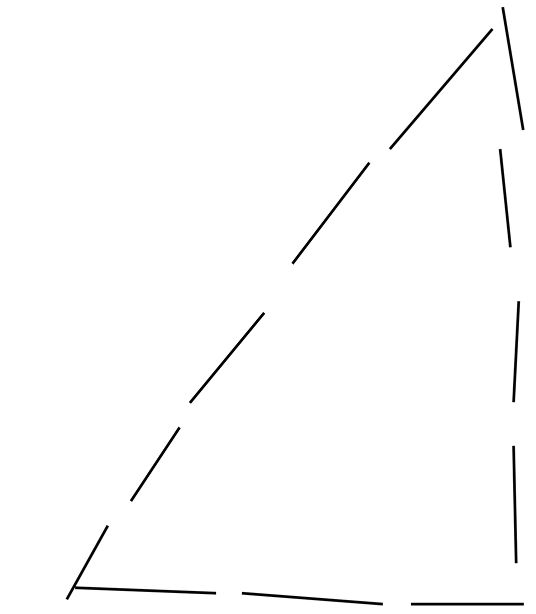
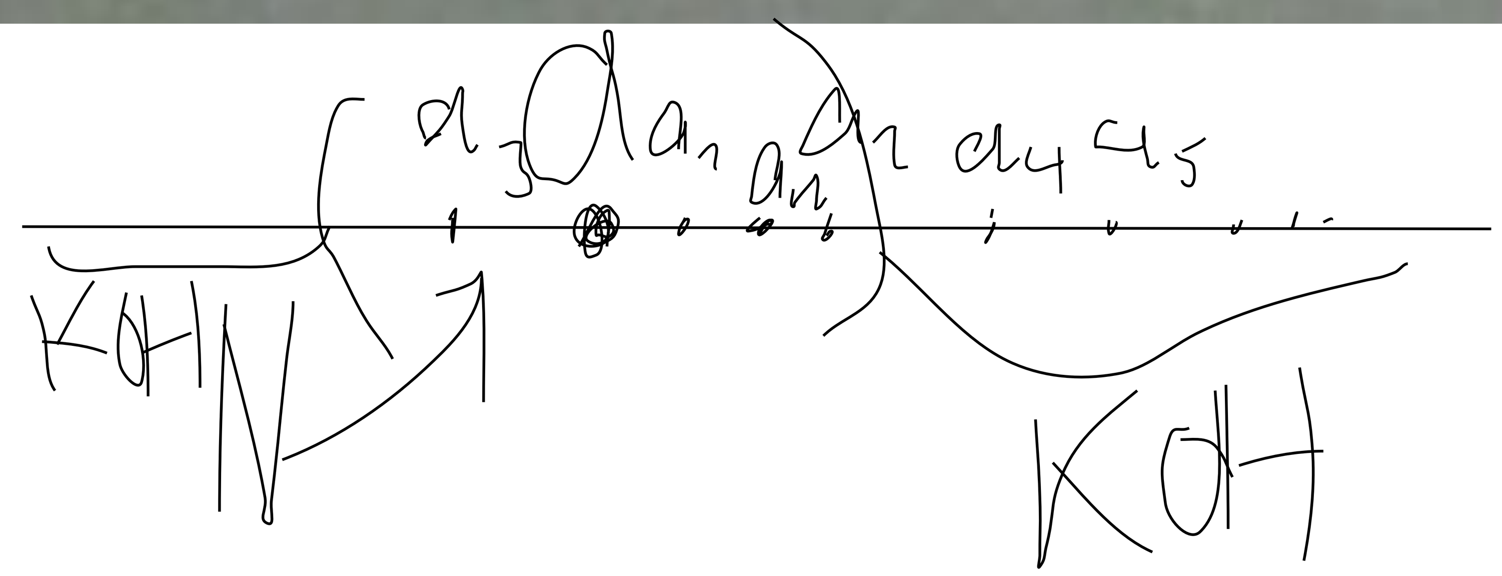
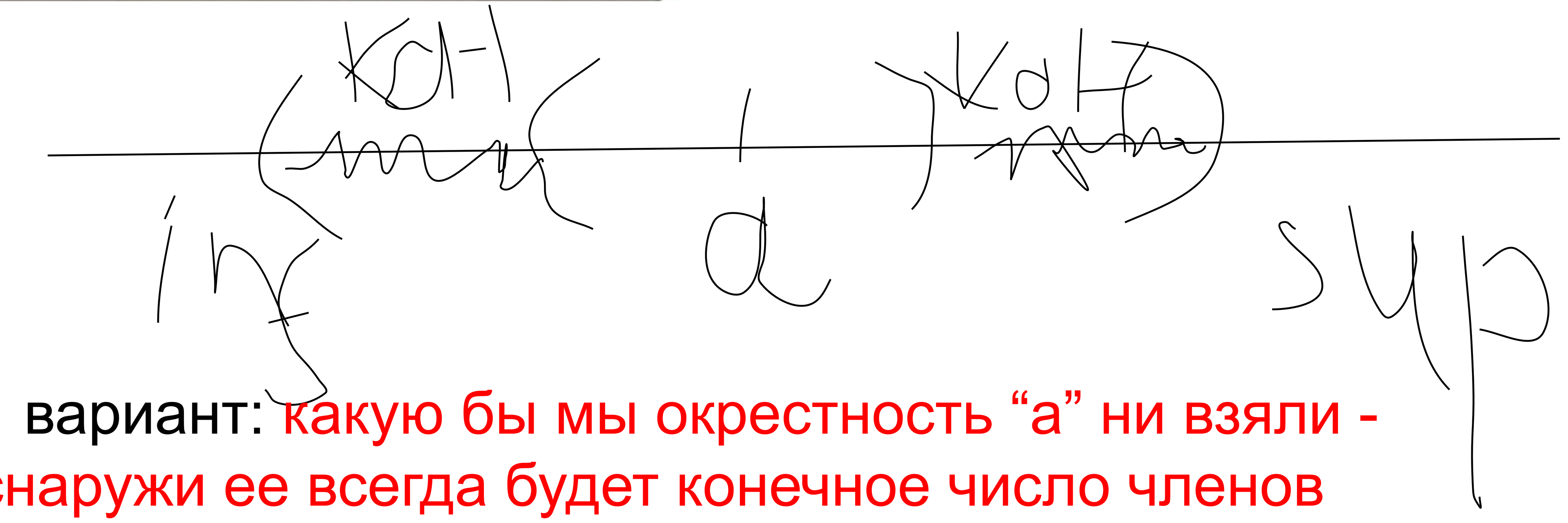
Задача 8. Докажите теорему:
Последовательность имеет предел тогда и только тогда, когда выполняются два условия:
1. Последовательность ограничена,
2. Она имеет не более одной ~~предельной~~ точки. конечной





$C = \max(|кон|, |a-\varepsilon|, |a+\varepsilon|)$

$-C \le x_n \le C$



1 вариант: какую бы мы окрестность “a” ни взяли - снаружи ее всегда будет конечное число членов послед-ти, значит внутри окрестности бесконечное число членов, значит всегда удастся найти N, начиная с которого бесконечность попадет в текущую рассматриваемую окрестность, значит предел есть

$\forall \varepsilon>0\ \forall N(\varepsilon)>0 : \exists n>N \Rightarrow |x_n-a|<\varepsilon$

$\forall \varepsilon>0\ \exists N(\varepsilon)>0 : \forall n>N \Rightarrow |x_n-a|<\varepsilon$

окрестность точки сгущения b должна содержать бесконечно много членов послед-ти со сколько угодно большими номерами, но ей не хватит членов послед-ти потому что снаружи окр-ти точки a лишь конечно число членов

2 вариант: есть такие окрестности предельной точки “a”, что снаружи этих окрестностей бесконечно много членов последовательности, то организуем новую последовательность из тех кто снаружи (это можно сделать, т к их бесконечно много), при этом эта новая послед-ть будет ограниченной, потому что исходная была ограниченной => в ограниченной послед-ти есть хотя бы одна предельная точка “b”, т е у исходной послед-ти 2 предельные точки a и b, что противоречит условию => 2 вариант просто не возможен