

18. Найти наибольший член следующих последовательностей:

a) $x_n = \frac{n^2}{2^n}$;

б) $x_n = \frac{n}{100 + n^2}$;

в) $x_n = \frac{1000^n}{n!}$ *).

a) $10^2/2^{10}$

$100/1024$

$n=3$

$x_n \geq x_{n+1}$

$n^2/2^n \geq (n+1)^2/2^{n+1}$

$n^2/2^n \geq (n+1)^2/2 \cdot 2^n$

$2n^2 \geq n^2 + 2n + 1$

$n^2 \geq 2n + 1$

начиная с 3 верно

b) $n/(100+n^2) \geq (n+1)/(100+(n+1)^2)$

$(n+1)(100+n^2) \leq n(100+(n+1)^2)$

$100n+n^3+100+n^2 \leq 100n+n^3+2n^2+n$

$100-n \leq n^2$

$n=10$

c) $1000^n/n! \geq 1000^{n+1}/(n+1)!$

$1000^n/n! \geq 1000 \cdot 1000^n/(n+1)!$

$1/\dots(n-1)n \geq 1000/\dots(n-1)n(n+1)$

$1 \geq 1000/(n+1)$

$n+1 \geq 1000$

$n \geq 999$

$n=999$