18. Найти наибольший член следующих последовательностей:

а) $x_n = \frac{n^2}{2^n}$;

б) $x_n = \frac{n}{100 + n^2}$;

в) $x_n = \frac{1000^n}{n!}$ *).

x_n=1000^n / n!
x_(n-1) <= x_n => x_(n+1)

x_(n-1) <= x_n
1000^(n-1) / (n-1)! < 1000^n / n!
1 <= 1000 / n
n <= 1000

x_n => x_(n+1)
1000^n / n! => 1000^(n+1) / (n+1)!
1 => 1000 / (n+1)
n+1 => 1000
n => 999

999 <= n <= 1000

1000^999 / 999! = 1000^1000 / 1000!
1 = 1000 / 1000

Максимумом в последовательности а является элемент номер 3 = 9/8. Должно выполнятся, что x_n>x_(n+1)
n^2 / 2^n > (n+1)^2 / 2^(n+1)
n^2 * 2^(n+1) > (n+1)^2 * 2^n
n^2 * 2 > (n+1)^2
2n^2 > n^2+2n+1
n^2 > 2n+1
Это начинает выполнятся с n=3, а значит убывание доказано

x_(n-1) < x_n > x_(n+1)

x_(n-1) < x_n
(n-1) / (100+(n-1)^2) < n / (100+n^2)
(n-1) * (100+n^2) < n * (100+(n-1)^2)   (100+n^2-2n+1)
100n + n^3 - n^2 - 100 < 100n + n^3 - 2n^2 + n
-n^2 - 100 < -2n^2+n
n^2 - n -100 < 0
D=401
n1=(1-V401) / 2   ~ (1-20.1) / 2 ~ -9.55
n2=(1+V401) / 2   ~ (1+20.1) / 2 ~ 10.55

(1-V401) / 2 < n < (1+V401) / 2

10 / 200 ~ 11 / 221
10*221 ~ 11*200
2210 ~ 2200

Дальше последовательность убывает, соответственно максимум достигается при n=10