

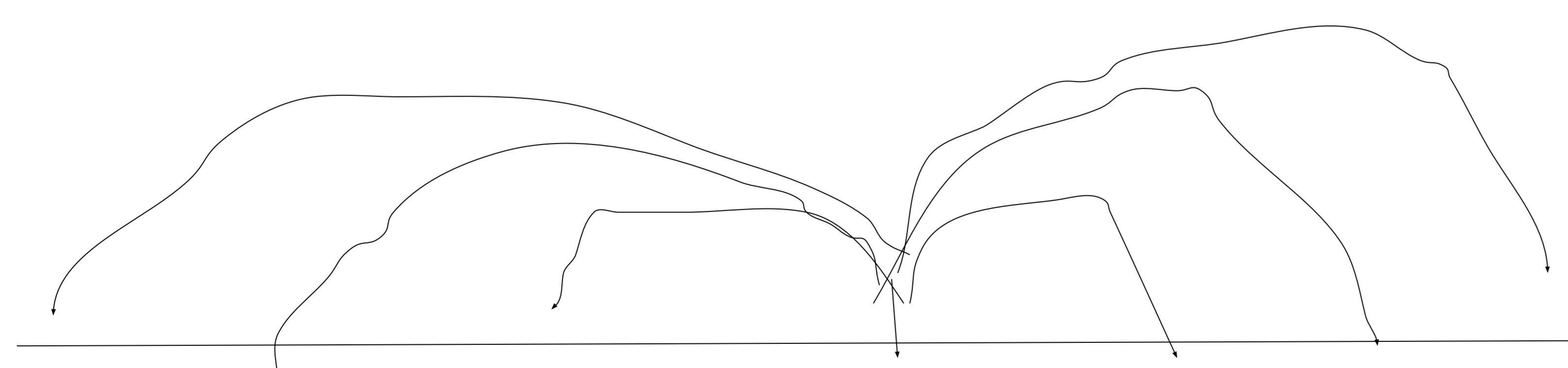
40\*. Рассмотрим следующие пять свойств последовательностей: 1) тождественно равняться  $a$ , 2) иметь число  $a$  пределом, 3) иметь число  $a$  предельной точкой, 4) быть ограниченной, 5) стремиться к бесконечности.

Каждую последовательность можно охарактеризовать набором из пяти знаков плюс или минус. Например, набор  $- + + + -$  означает, что последовательность обладает свойствами 2, 3, 4 и не обладает свойствами 1, 5. Некоторые наборы не имеют смысла (так, набор  $+ + + + +$ : если последовательность обладает свойством 1, она не может обладать свойством 5).

а) Укажите все наборы, имеющие смысл. Для каждого из них постройте последовательность, характеризуемую этим набором.

б) Докажите, что остальные наборы не имеют смысла.

00000



$$00000 - x_n = (-3)^n$$

$$00001 - x_n = 3^n$$

00010, 01010, 01011, 10010, 10011, 11010, 11011, 00011 -

последовательность не может существовать, так как ограниченная последовательность точно имеет хотя бы одну предельную точку по теореме Б.-В.

$$00100 - x_n = (1 - (-1)^n)^n$$

$$00110 = (-1)^n$$

01000, 01001, 11000, 11001 -

последовательность не может существовать, так как предел последовательности и есть предельная точка последовательности

01100, 11100 -

последовательность не может существовать, так как последовательность не может иметь предела и не является ограниченной.

$$01110 - x_n = 1/n$$

$$11110 - x_n = 2$$

01101, 01111, 11101, 11111, 00101, 00111, 10101, 10111 -

последовательность не может существовать, так как стремясь к бесконечности

последовательность начиная с какого-то момента полностью попадает в определенную бесконечность и у нее не будет конечного предела или предельной точки

10000, 10001, 10100, 10110 -

последовательность не может существовать, так как для последовательности, которая тождественной равна точке  $a$ , точка  $a$  является предельной и пределом.

00000

00001

00010

00011

00100

00101

00110

00111

01000

01001

01010

01011

01100

01101

01110

01111

10000

10001

10010

10011

10100

10101

10110

10111

11000

11001

11010

11011

11100

11101

11110

11111