

Докажите Теорему Евклида:  
Простых чисел бесконечно много

$$P(x)/x \rightarrow P(x) \cdot 1/x = P(x) \cdot \infty = \infty$$

$$x \rightarrow \infty$$

Указание:

- 1) рассуждать от противного
- 2) рассмотреть величину  $A=(p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k + 1)$ , где  $p_1, \dots, p_k$  - все простые числа
- 3) что можно утверждать о простоте числа  $A$ ?

Пусть теорема не верна, из этого следует, что простых чисел конечное кол-во,  $p_1; p_2; \dots; p_k$

Рассмотрим число  $A=(p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k + 1)$

$$A/p_1 = (p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k + 1)/p_1 = (p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k)/p_1 + 1/p_1 = (p_2 \cdot \dots \cdot p_k) + 1/p_1$$

$\Rightarrow A$  не делится ни на одну из  $p$

$A$  - простое число или  $A$  является произведением простых чисел, больших чем все  $p$ -шки

Например, для списка из трёх простых чисел 2, 3, 5 получаем

$$N = 2 \cdot 3 \cdot 5 + 1 = 31.$$

В данном случае  $N$  само оказалось простым числом, не входящим в список. Но так бывает не всегда: например,

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 + 1 = 59 \cdot 509,$$



Евклид  
III в. до н. э.

$P(x)$  = количество простых чисел, меньших  $x$

-300 лет н.э.  
 $P(x) \rightarrow \infty$   
 $x \rightarrow \infty$

1750 Эйлер  
 $P(x)/x \rightarrow 0$   
 $x \rightarrow \infty$

1880 Чебышев  
 $P(x)/(x/\ln(x)) \rightarrow 1$   
 $x \rightarrow \infty$   
Закон распределения простых

$$\ln(x) = \log_e(x)$$

$$e = 2.7181281828\dots$$

$$\log_2(8) = 3$$

$$\log_2(16) = 4$$

$$\log_2(32) = 5$$

