

1)  $C=A+B$ ,  $A$  делится на  $k$  и  $B$  делится на  $k \Rightarrow$  докажите, что  $C$  делится на  $k$

2) В **ОБЩЕЙ СХЕМЕ** всех шагов алгоритма Евклида докажите, что  $r(n+2)$  является ОД (общим делителем чисел  $A, B$ )

Указание1: Двигаться снизу вверх по **ОБЩЕЙ СХЕМЕ**

Указание2:

- а) Доказать, что  $r(n+1)$  делится на  $r(n+2)$
- б) Доказать, что  $r(n)$  делится на  $r(n+2)$
- в) Доказать, что  $r(n-1)$  делится на  $r(n+2)$
- г) Доказать, что  $B$  делится на  $r(n+2)$
- д) Доказать, что  $A$  делится на  $r(n+2)$

3) Докажите, что  $r(n+2)$  - **НАИБОЛЬШИЙ** из делителей чисел  $A, B$

Указание1: От противного -  $r(n+2)$  - на **НАИБОЛЬШИЙ**, значит кто-то другой наибольший  $Y$

Указание2: Двигаться сверху вниз по **ОБЩЕЙ СХЕМЕ**

Указание3: Доказать, что  $r(n+2)$  делится на делитель больший, чем  $r(n+2)$

$a=k*x$   
 $b=k*n$   
 $c=k*x+k*n=k(x+n)$

$A-B*q1=r1 \Rightarrow r1$  дел на  $Y$   
 $B-r1*q2=r2 \Rightarrow r2$  дел на  $Y$   
 $r(n+2)$  дел на  $Y \Rightarrow r(n+2)$  не может делиться на число большее себя  $\Rightarrow$  противоречие



**ОБЩАЯ СХЕМА**

$A, B, A > B$   
 делимое = делитель \* частное + остаток  
 остаток < делитель  
 $25 = 3 * 8 + 1$   
 $25 = 3 * 7 + 4 = 3 * 7 + 3 + 1 = 3 * (7 + 1) + 1$

ОД

НОД

$A = B * q1 + r1$   
 $B = r1 * q2 + r2$   
 $r1 = r2 * q3 + r3$   
 ...  
 $r(n-1) = r(n) * q(n+1) + r(n+1)$   
 $r(n) = r(n+1) * q(n+2) + r(n+2)$   
 $r(n+1) = r(n+2) * q(n+3) + 0$

