

1) $C=A+B$, A делится на k и B делится на $k \Rightarrow$ докажите, что C делится на k

2) В **ОБЩЕЙ СХЕМЕ** всех шагов алгоритма Евклида докажите, что $r(n+2)$ является ОД (общим делителем чисел A, B)

Указание1: Двигаться снизу вверх по **ОБЩЕЙ СХЕМЕ**

Указание2:

а) Доказать, что $r[n+1]$ делится на $r[n+2]$

б) Доказать, что $r[n]$ делится на $r[n+2]$

в) Доказать, что $r[n-1]$ делится на $r[n+2]$

г) Доказать, что B делится на $r(n+2)$

д) Доказать, что A делится на $r(n+2)$

3) Докажите, что $r(n+2)$ - **НАИБОЛЬШИЙ** из делителей чисел A, B

Указание1: От противного

Указание2: Двигаться сверху вниз по **ОБЩЕЙ СХЕМЕ**

Указание3: Доказать, что $r(n+2)$ делится на делитель больший, чем $r(n+2)$

если a делится на k , значит a это xk а b yk значит $xk+yk$ делится на k потому что $c=(x+y)k$

2)

$$r[n+1]=r[n+2]*q[n+3]$$

$$r[n]=r[n+1]*q[n+2]+r[n+2]=r[n+2]*q[n+3]*q[n+2]+r[n+2]$$

$$r[n-1]=r[n]*q[n+1]+r[n+1]$$

надо доказать не что среди всех r и q все будут меньшими делителями, а что среди всех на свете чисел не найдется большего делителя, чем $r(n+2)$ для чисел A, B

пусть это не так, т.е. $r[n+2]$ не наибольший, значит есть кто-то больше по имени K , чем $r[n+2]$ и A делится на K и B делится на K

$$A=B*q_1+r_1 \quad A \text{ делится на } K \text{ и } B \text{ делится на } K \quad A=xk \quad B=yk$$

$$A-B*q_1=r_1$$

$$xk - yk*q_1=r_1=k(x-yq_1)$$

$$B=r_1*q_2+r_2$$

$$B-r_1*q_2=r_2$$

$$r_1=r_2*q_3+r_3$$

$$r_1-r_2*q_3=r_3$$

$r[n+2]$ делится на K - противоречие



ОБЩАЯ СХЕМА

$A, B, A > B$

делимое = делитель * частное + остаток

$$A=B*q_1+r_1$$

$$B=r_1*q_2+r_2$$

$$r_1=r_2*q_3+r_3$$

...

$$r[n-1]=r[n]*q[n+1]+r[n+1]$$

$$r[n]=r[n+1]*q[n+2]+r[n+2]$$

$$r[n+1]=r[n+2]*q[n+3] + 0$$