

1)  $C=A+B$ ,  $A$  делится на  $k$  и  $B$  делится на  $k \Rightarrow$  докажите, что  $C$  делится на  $k$

2) В **ОБЩЕЙ СХЕМЕ** всех шагов алгоритма Евклида докажите, что  $r(n+2)$  является ОД (общим делителем чисел  $A, B$ )

Указание1: Двигаться снизу вверх по **ОБЩЕЙ СХЕМЕ**

Указание2:

а) Доказать, что  $r[n+1]$  делится на  $r[n+2]$

б) Доказать, что  $r[n]$  делится на  $r[n+2]$

в) Доказать, что  $r[n-1]$  делится на  $r[n+2]$

г) Доказать, что  $B$  делится на  $r(n+2)$

д) Доказать, что  $A$  делится на  $r(n+2)$

3) Докажите, что  $r(n+2)$  - **НАИБОЛЬШИЙ** из делителей чисел  $A, B$

Указание1: От противного

Указание2: Двигаться сверху вниз по **ОБЩЕЙ СХЕМЕ**

Указание3: Доказать, что  $r(n+2)$  делится на делитель больший, чем  $r(n+2)$

если  $a$  делится на  $k$ , значит  $a$  это  $xk$  а  $b$   $yk$  значит  $xk+yk$  делится на  $k$  потому что  $c=(x+y)k$

2)

$$r[n+1]=r[n+2]*q[n+3]$$

$$r[n]=r[n+1]*q[n+2]+r[n+2]=r[n+2]*q[n+3]*q[n+2]+r[n+2]$$

$$r[n-1]=r[n]*q[n+1]+r[n+1]$$

надо доказать не что среди всех  $r$  и  $q$  все будут меньшими делителями, а что среди всех на свете чисел не найдется большего делителя, чем  $r(n+2)$  для чисел  $A, B$

пусть это не так, т.е.  $r[n+2]$  не наибольший, значит есть кто-то больше по имени  $K$ , чем  $r[n+2]$  и  $A$  делится на  $K$  и  $B$  делится на  $K$

$$A=B*q_1+r_1 \quad A \text{ делится на } K \text{ и } B \text{ делится на } K \quad A=xk \quad B=yk$$

$$A-B*q_1=r_1$$

$$xk - yk*q_1=r_1=k(x-yq_1)$$

$$B=r_1*q_2+r_2$$

$$B-r_1*q_2=r_2$$

$$r_1=r_2*q_3+r_3$$

$$r_1-r_2*q_3=r_3$$

$r[n+2]$  делится на  $K$  - противоречие



## ОБЩАЯ СХЕМА

$A, B, A > B$

делимое = делитель \* частное + остаток

$$A=B*q_1+r_1$$

$$B=r_1*q_2+r_2$$

$$r_1=r_2*q_3+r_3$$

...

$$r[n-1]=r[n]*q[n+1]+r[n+1]$$

$$r[n]=r[n+1]*q[n+2]+r[n+2]$$

$$r[n+1]=r[n+2]*q[n+3] + 0$$