

1) $C=A+B$, A делится на k и B делится на $k \Rightarrow$ докажите, что C делится на k
 $A=k*x$
 $B=k*y$
 $C=k*x+k*y$
 $C=k(x+y)$

2) В **ОБЩЕЙ СХЕМЕ** всех шагов алгоритма Евклида докажите, что $r(n+2)$ является ОД (общим делителем чисел A, B)

Указание 1: Двигаться снизу вверх по **ОБЩЕЙ СХЕМЕ**

Указание 2:

а) Доказать, что $r(n+1)$ делится на $r(n+2)$

б) Доказать, что $r(n)$ делится на $r(n+2)$

в) Доказать, что $r(n-1)$ делится на $r(n+2)$

г) Доказать, что B делится на $r(n+2)$

д) Доказать, что A делится на $r(n+2)$

3) Докажите, что $r(n+2)$ - **НАИБОЛЬШИЙ** из делителей чисел A, B

Указание 1: От противного

$r(n+2)$ -не наибольший

Пусть x -НОД \Rightarrow

r_1 делится на x ;

r_2 делится на x ;

$r(n+2)$ делится на $x \Rightarrow r(n+2) \geq x$, а по условию $r(n+2) <$ чем x .

Противоречие.

Указание 2: Двигаться сверху вниз по **ОБЩЕЙ СХЕМЕ**

Указание 3: Доказать, что $r(n+2)$ делится на делитель больший, чем $r(n+2)$



ОБЩАЯ СХЕМА

$A, B, A > B$

$\text{делимое} = \text{делитель} * \text{частное} + \text{остаток}$

$$A = B * q_1 + r_1$$

$$B = r_1 * q_2 + r_2$$

$$r_1 = r_2 * q_3 + r_3$$

...

$$r(n-1) = r(n) * q(n+1) + r(n+1)$$

$$r(n) = r(n+1) * q(n+2) + r(n+2)$$

$$r(n+1) = r(n+2) * q(n+3) + 0$$