

1) показать из алгоритма Евклида, что если $\text{НОД}(a,b)=k$, то найдутся такие ЦЕЛЫЕ числа x, y , что $ax+by=k$

Указание1: Двигаться снизу вверх по **ОБЩЕЙ СХЕМЕ**

Указание2:

а) $r(n+2)$ выр через $r_n, r(n+1)$

б) $r(n+2)$ выр через $r(n-1), r_n$

в) $r(n+2)$ выр через $r(n-2), r(n-1)$

г) $r(n+2)$ выр через A, B

2) **если произведение ab двух целых чисел a и b делится на простое число p , то хотя бы один из множителей делится на p**

Указание1: От противного

$a=px+y$

$b=pf+t$

они оба не делятся на p

Указание2: $\text{НОД}(a,p)=1 \Rightarrow ax+py=1$

Указание3: Домножить равенство $ax+py=1$ на b

$axb+pyb=b \Rightarrow b$ делится на $p \Rightarrow$ противоречие

$$r(n) = u \cdot r(n+2)$$

$$r(n+2) = r(n) - r(n+1) \cdot q(n+2) = r(n) \cdot T + r(n+1) \cdot Q$$

$$r(n+2) = r(n) - [r(n-1) - r(n) \cdot q(n+1)] \cdot q(n+2) =$$

$$= r(n) - r(n-1)q(n+2) + r(n)q(n+1)q(n+2) =$$

$$= r(n)[1 - q(n+1)q(n+2)] - r(n-1)q(n+2) =$$

$$= r(n) \cdot U + r(n-1)W$$

$$= A \cdot x + B \cdot y$$

$$r(n+1) = r(n-1) - r(n) \cdot q(n+1)$$

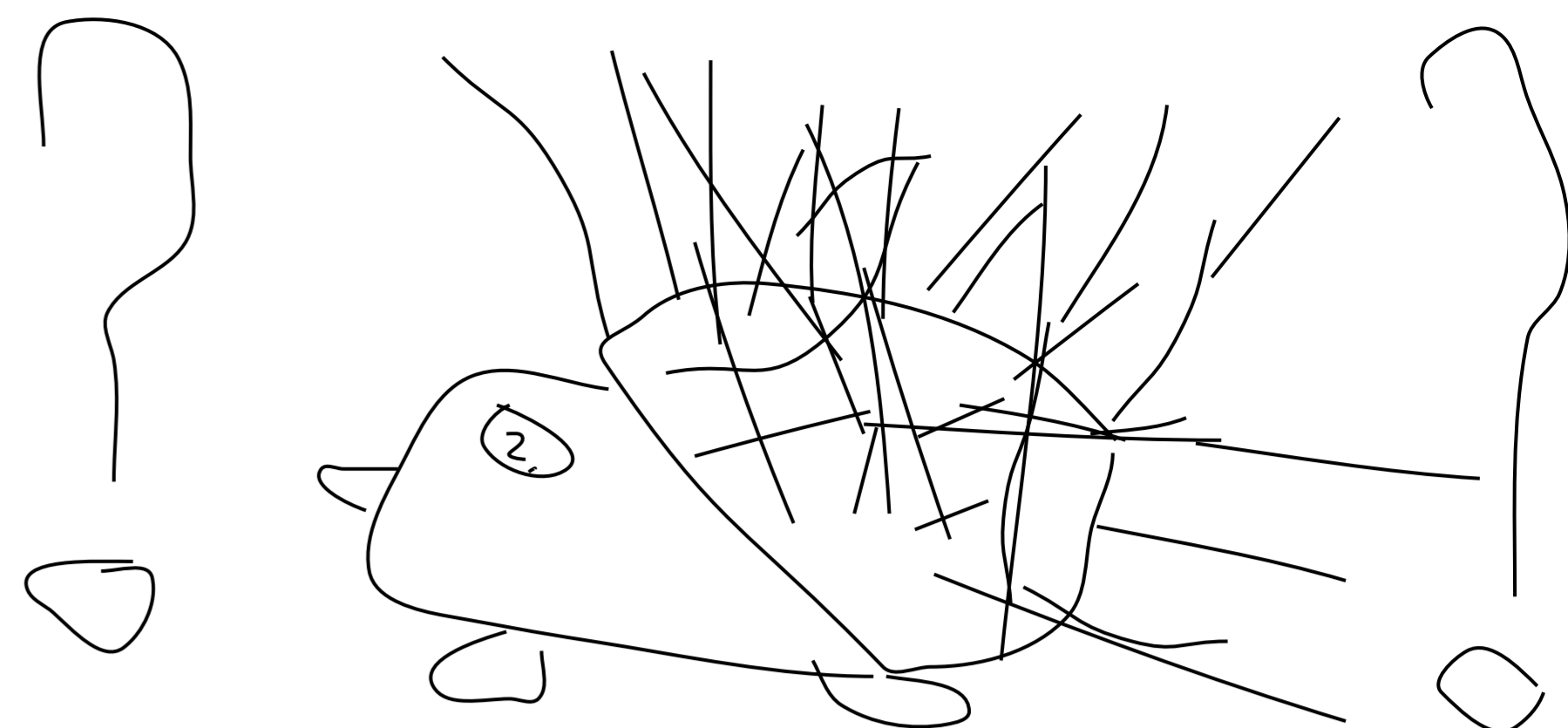
$$\text{НОД}(15,5)=5$$

$$15x+5y=5$$

$$12345 \cdot x + 6789 \cdot y = \text{НОД}$$

$$12345 \cdot -903 + 6789 \cdot 1642 = 3$$

$$x=0 \quad y=1$$



ОБЩАЯ СХЕМА

$A, B, A > B$

делимое = делитель * частное + остаток

$$A = B \cdot q_1 + r_1$$

$$B = r_1 \cdot q_2 + r_2$$

$$r_1 = r_2 \cdot q_3 + r_3$$

...

$$r(n-2) = r(n-1) \cdot q(n) + r(n)$$

$$r(n-1) = r(n) \cdot q(n+1) + r(n+1)$$

$$r(n) = r(n+1) \cdot q(n+2) + r(n+2)$$

$$r(n+1) = r(n+2) \cdot q(n+3) + 0$$