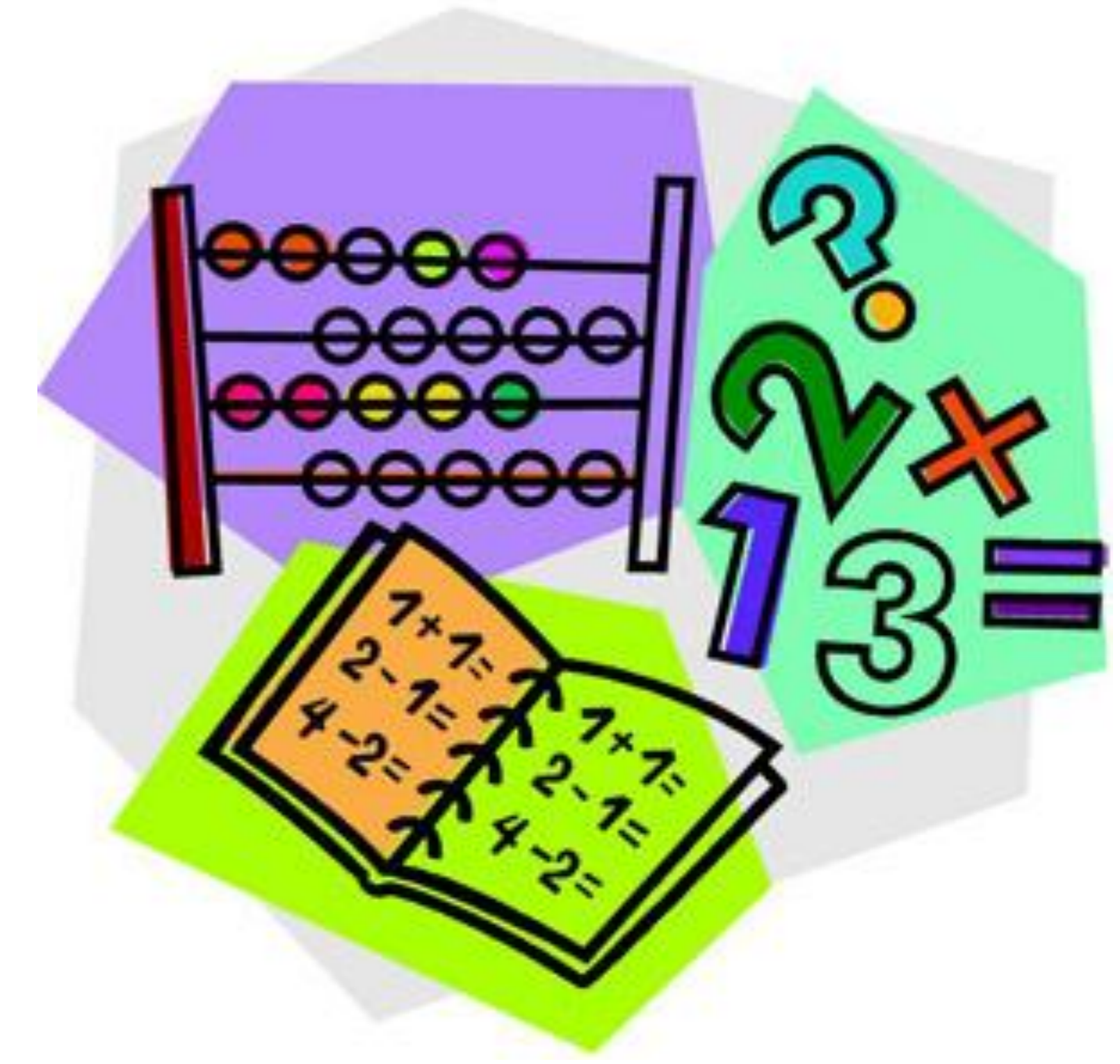


Основная теорема арифметики

Любое натуральное число **единственным образом** раскладывается в произведение простых чисел.



1) Докажите, что **раскладывается**

2) Докажите, что **единственным образом**

Указание1: От противного

Указание2: Воспользоваться ранее доказанной теоремой

если произведение ab двух целых чисел a и b делится на простое число p , то хотя бы один из множителей делится на p

$$34784189234562381 = 17^5 \cdot 11^3 = 7^{11} \cdot 5^3$$

$a \cdot b / 17$ ни a не делится, ни b не делится на 17

от противного

пусть $a \cdot b$ делится на p , но ни a ни b не делится на p

a , p -простое

$$\text{нод}(a, p) = 1$$

$$ax + py = 1 \quad | \cdot b$$

$$abx + pby = b$$

abx делится на p , потому что ab делится на p

pby делится на p , потому что p явно идет в виде сомножителя

значит b делится на p - противоречие

от противного пусть нашлось 2 разных разложения некоторого числа на простые множители

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2 = A$$

избавимся от общих множителей

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 7 \cdot 7$$

одно простое число не может делиться на другое простое число \Rightarrow противоречие

комплексные числа

$$9 = 3 \cdot 3$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{-1} = i \text{ (мнимая единица)}$$

$$6 = 2 \cdot 3 = (1 - i \cdot \sqrt{5}) \cdot (1 + i \cdot \sqrt{5})$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$
$$1^2 - i^2 \sqrt{5}^2 = 1 - (-1) \cdot 5 = 6$$