



В тридевятом царстве есть только два вида монет: 16 и 27 тугриков. Можно ли заплатить за одну тетрадку ценой в 1 тугрик и получить сдачу?

да мы даем 3 монеты по 27 т и нам возвращают 5 монет по 16 т

диофантово уравнение x, y - целые

$$16x + 27y = 1$$

$$16x + (16 \cdot 1 + 11)y = 1$$

$$16x + 16 \cdot 1 \cdot y + 11y = 1$$

$$16(x + 1 \cdot y) + 11y = 1$$

$$z = x + 1 \cdot y$$

$$16z + 11y = 1$$

$$(11 \cdot 1 + 5)z + 11y = 1$$

$$11 \cdot 1 \cdot z + 5z + 11y = 1$$

$$11(1 \cdot z + y) + 5z = 1$$

$$u = 1 \cdot z + y$$

$$11u + 5z = 1$$

$$(2 \cdot 5 + 1)u + 5z = 1$$

$$2 \cdot 5 \cdot u + 1 \cdot u + 5z = 1$$

$$5(2 \cdot 5 \cdot u + z) + 1 \cdot u = 1$$

$$p = 2 \cdot 5 \cdot u + z$$

$$x = 86 + 27t$$

$$5p + 1 \cdot u = 1$$

$$y = -45 - 16t$$

$$p = 1$$

$$u = -4$$

$$p = 2 \cdot 5 \cdot u + z \Rightarrow$$

$$z = p - 2 \cdot 5 \cdot u = 1 - 2 \cdot 5 \cdot (-4) = 41$$

$$u = 1 \cdot z + y \Rightarrow$$

$$y_0 = u - 1 \cdot z = -4 - 1 \cdot 41 = -45$$

$$z = x + 1 \cdot y \Rightarrow$$

$$x_0 = z - 1 \cdot y = 41 - 1 \cdot (-45) = 86$$

общее решение

$$ax + by = c$$

если x_0, y_0 - частное решение, то $a \cdot x_0 + b \cdot y_0 = c$

$$x = x_0 + bt$$

$$ax + by = c$$

$$y = y_0 - at$$

$$a(x_0 + bt) + b(y_0 - at) = c$$

или

$$ax_0 + abt + by_0 - bat = c$$

$$x = x_0 - bt$$

$$y = y_0 + at, \quad t \text{ - произвольное целое число}$$

$$ax + by = c$$

1) если c не делится на $\text{НОД}(a, b)$, то решений нет

$$5x + 15y = 7 \quad \text{НОД}(5, 15) = 5$$

решений нет

2) если c делится на $\text{НОД}(a, b)$, то делим все уравнение на этот НОД

$$63x + 29y = 115$$

$$29y + (29 \cdot 2 + 5)x = 115$$

$$29y + 29 \cdot 2 \cdot x + 5x = 115$$

$$29(y + 2x) + 5x = 115$$

$$z = y + 2x$$

$$29z + 5x = 115$$

$$5x + (5 \cdot 5 + 4)z = 115$$

$$5x + 5 \cdot 5z + 4z = 115$$

$$5(x + 5z) + 4z$$

$$u = x + 5z$$

$$5u + 4z = 115$$

$$u = 19$$

$$z = 5$$

$$u = x + 5z$$

$$x = -6 + 29t$$

$$x = u - 5z$$

$$y = 17 - 63t$$

$$x_0 = -6$$

$$y = z - 2x$$

$$y_0 = 17$$

$$x = x_0 + bt$$

$$x = -6 + 29t$$

$$y = y_0 - at$$

$$y = 17 - 63t$$