

Биолог последовательно рассаживал 150 жуков в десять банок. Причем в каждую следующую банку он сажал жуков больше, чем в предыдущую. Количество жуков в первой банке составляет не менее половины от количества жуков в десятой банке. Сколько жуков в шестой банке?

$$\textcircled{10} \quad \frac{\textcircled{10}}{2} \quad 2x \geq \textcircled{10}$$

Ответ: в шестой банке — 16 жуков.

Решение. Пусть в первой банке x жуков, тогда во второй банке — не меньше, чем $x + 1$ жуков, в третьей — не меньше, чем $x + 2$ жука, и так далее. Таким образом, в десятой банке не меньше, чем $x + 9$ жуков. Следовательно, общее количество жуков не меньше, чем $10x + 45$. Учитывая, что всего рассаживали 150 жуков, получим: $10x + 45 \leq 150$, откуда $x \leq 10$.

С другой стороны, в десятой банке должно быть не больше, чем $2x$ жуков, в девятой — не больше, чем $2x - 1$ жуков, и так далее. Это означает, что в первой банке — не больше, чем $2x - 9$ жуков, а всего жуков — не больше, чем $20x - 45$. Так как всего рассаживали 150 жуков, то $20x - 45 \geq 150$, откуда $x \geq 10$.

Таким образом, в первой банке ровно 10 жуков, а в последней банке — 19 или 20. Найдем сумму одиннадцати последовательных чисел, начиная с десяти: $10 + 11 + \dots + 19 + 20 = 165$. Так как всего должно быть 150 жуков, то отсутствует банка, в которой 15 жуков. Следовательно, рассадка определяется однозначно: 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19 и 20 жуков с первой по десятую банку соответственно. Значит, в шестой банке — 16 жуков. **Доказав, что $x \leq 10$, можно продолжить рассуждения иначе. Так как в десятой банке не меньше, чем $x + 9$ жуков, причем $x + 9 \leq 2x$, то $x \geq 9$. Затем рассмотреть два случая: $x = 9$ и $x = 10$, оценивая количество жуков в десятой банке.**

Критерии проверки:

- + приведены верный ответ и полное обоснованное решение
- ± приведены верный ответ и верные, в целом, оценки количества жуков как «сверху», так и «снизу», которые содержат некоторые пробелы
- ± приведены верные обоснованные оценки количества жуков как «сверху», так и «снизу», верно найдена рассадка жуков по банкам, но ответ на вопрос задачи неверен или отсутствует
- ∓ верно проведена только одна из двух требуемых оценок
- ∓ верно указана рассадка жуков по банкам, но она не обоснована
- приведен только ответ
- задача не решена или решена неверно

