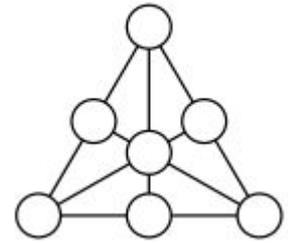


Можно ли в кружках (см. рисунок) разместить различные натуральные числа таким образом, чтобы суммы трех чисел вдоль каждого отрезка оказались равными?



Ответ: нет, нельзя.

Решение. Пусть требуемая расстановка существует, S — сумма всех расставленных чисел, a и b — числа, стоящие в кружках, расположенных в каких-либо двух вершинах треугольника. Тогда для той вершины, в которой стоит число a , сумма чисел вдоль трех отрезков, содержащих эту вершину, равна $S + 2a$. Аналогично, для вершины, в которой стоит число b , эта сумма равна $S + 2b$. Так как суммы чисел вдоль любого отрезка равны, то и суммы чисел вдоль трех отрезков также равны, то есть $S + 2a = S + 2b$, откуда следует, что $a = b$. Но это противоречит условию, где сказано, что все числа должны быть различными. Таким образом, требуемой расстановки не существует, что и требовалось доказать.

Аналогичное рассуждение можно проводить для любой пары кружков, через каждый из которых проходит ровно три отрезка.

Критерии проверки:

+ приведены верный ответ и полное обоснованное решение

± приведены верный ответ и верное, в целом, рассуждение, которое содержит некоторые пробелы или недочеты

∓ найдена идея суммирования чисел по трем отрезкам, содержащим один и тот же кружок, но дальнейших продвижений нет

– приведен только ответ

– задача не решена или решена неверно