

Дано $4n$ людей, разделённых на 2-е равные группы по $2n$ людей. У нас есть $2n$ шаров, из которых половина белая, половина чёрная. Мы раздаём эти шары людям по одному в руки.

Какова вероятность, что n белых шаров в одной группе, и n чёрных шаров в другой группе?

вероятностно

$C(2n, n)$ - способов достать все одного цвета

$2n/4n * (2n-1)/(4n-1) * \dots * (n+1)/(3n+1)$ - раздаём сначала одного цвета одной команде

$2n/3n * (2n-1)/(3n-1) * \dots * (n+1)/(2n+1)$ - раздаём другого цвета другой команде

$$C(2n, n) * [2n/4n * (2n-1)/(4n-1) * \dots * (n+1)/(3n+1)] * [2n/3n * (2n-1)/(3n-1) * \dots * (n+1)/(2n+1)]$$

$$[2n * (2n-1) * \dots * (n+1)]^2 / [4n * (4n-1) * \dots * (3n+1) * (3n) * (3n-1) * \dots * (2n+1)]$$

комбинаторно

всего выбрать людей, которым шары достанутся

$$= C(4n, 2n)$$

успешных

$$(2n * (2n-1) * \dots * (n+1) / n!)^2 = C(2n, n)^2$$

$$P = C(2n, n)^2 / C(4n, 2n) = C(2n, n) * (C(2n, n) / C(4n, 2n))$$

$$C(4n, 2n) = (4n)! / [(2n)!(2n!)]$$

$$C(2n, n) = (2n)! / [(n)!(n!)]$$

$$C(2n, n) / C(4n, 2n) = (2n)! / [(n)!(n!)] * [(2n)!(2n)!] / (4n)! = [(2n)! * (2n)! * (2n)!] / [(4n)! * (n)! * (n)!] =$$

$$= [2n * (2n-1) * \dots * (n+1)]^2 / [4n * (4n-1) * \dots * (3n+1) * (3n) * (3n-1) * \dots * (2n+1)]$$

