

АЛИСА

Алиса взбегаает по лестнице вверх, в которой 13 ступенек. Причём она никогда не наступает на 2-е подряд идущие ступеньки. Она может взбежать, так и не наступив ни на одну ступеньку. Какова вероятность, что ей удастся взбежать указанным способом (не наступив на 2-е подряд идущих) из всех возможных способов.

комбинаторно

$$\text{всего } C(13,0)+C(13,1)+C(13,2) + \dots + C(13,13)=2^{13}$$

$$C(n,0)+C(n,1)+C(n,2) + \dots + C(n,n)=2^n$$

$$01001\ 10100\ 010\ 2^{13}$$

успехи

1) будем считать тех, у кого 2 единицы не идут подряд

2) рассмотрим набор длины n из 0 и 1, пусть мы уже знаем, что вариантов, что 2 единицы не стоят рядом $f(n)$

а) 1001000101, 1001000100

рассмотрим такие наборы, у которых 0 в конце

$$f(\text{xxxxxx}0)=f(\text{xxxxxx})$$

рассмотрим такие наборы, у которых 1 в конце

значит на предпоследнем месте в наборах длины n с 1 в конце по любому 0

$$f(\text{xxxxxx}1)=f(\text{xxxxxx}01)=f(\text{xxxxxx})$$

$$f(n)=f(n-1) + f(n-2)$$

$$f(13)=f(12)+f(11)$$

$$f(10)=144$$

$$f(11)=233$$

$$f(12)=377$$

$$f(13)=610$$

$$f(2)=01\ 10\ 00 = 3$$

$$f(3)=100\ 010\ 001\ 000\ 101=5$$

$$f(4)=f(3)+f(2)=8$$

$$f(5)=13$$

$$f(6)=21$$

$$f(7)=34$$

$$f(8)=55$$

$$f(9)=89$$

Ответ: 610 / 2^{13}