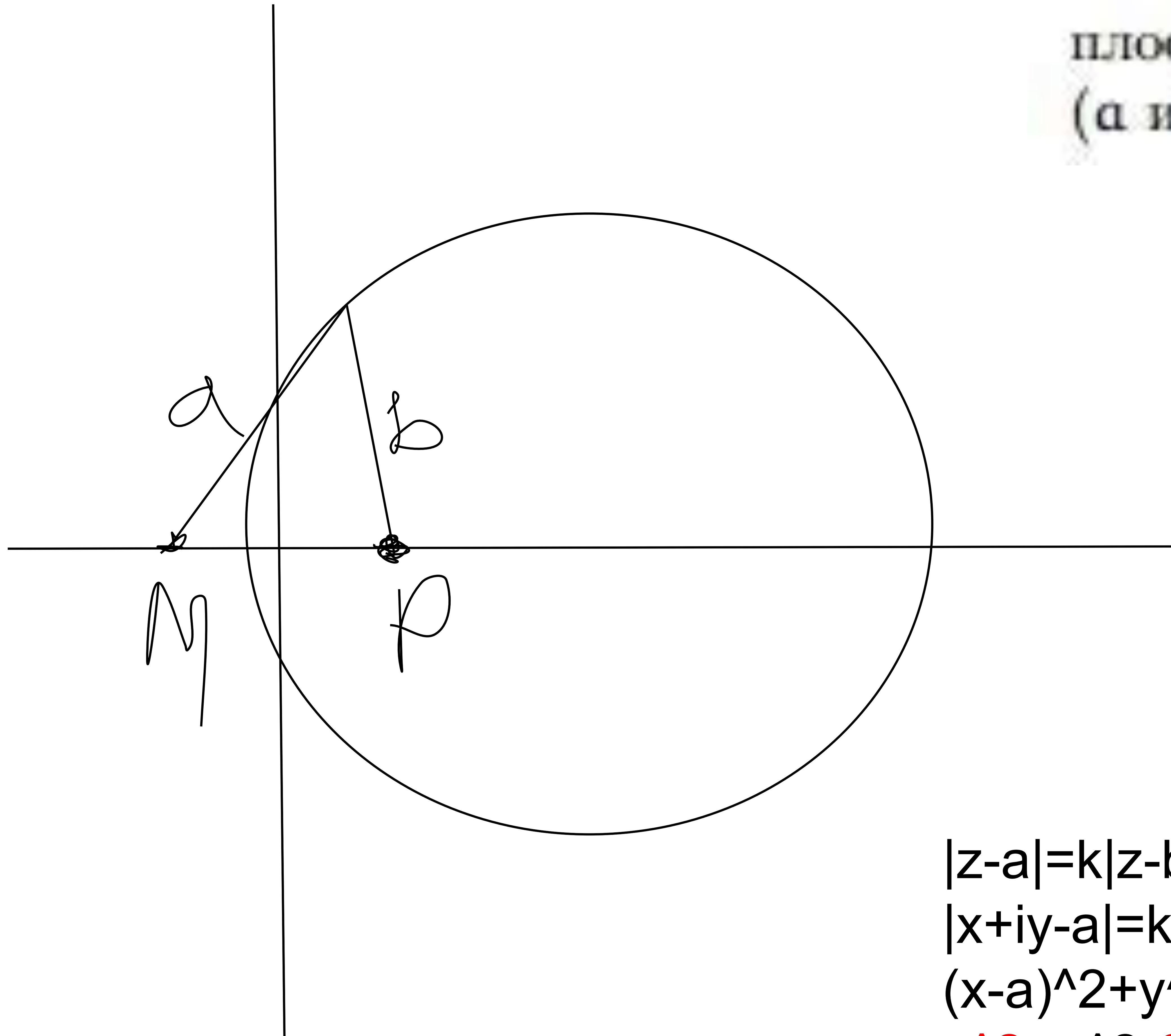
7.10. Окружность Аполлония. Докажите, что на комплексной плоскости равенством $|z-a| = k|z-b|$ при $k \neq 1$ задается окружность (a и b — действительные числа).



$$|z-a|=k|z-b|$$
$$|x+iy-a|=k|x+iy-b|$$
$$(x-a)^2+y^2=k(x-b)^2+y^2k$$
$$x^2+a^2-2ax+y^2-ky^2-kx^2-kb^2+2kxb=0$$
$$((1-k)x^2+2x(kb-a))+y^2(1-k)=kb^2-a^2$$
$$(1-k)[x^2+2x(kb-a)/(1-k) + (kb-a)^2/(1-k)^2]+y^2(1-k)=kb^2-a^2+(kb-a)^2/(1-k)$$
$$(1-k)[x+(kb-a)/(1-k)]^2+y^2(1-k)=kb^2-a^2+(kb-a)^2/(1-k)$$
$$\{(1-k)kb^2-(1-k)a^2+(kb-a)^2\}/(1-k)=\{(kb^2-(kb)^2+ka^2-a^2+(kb)^2-2kba+a^2\}/(1-k)=$$
$$=\{k(b^2+a^2-2ba\}/(1-k)=k(a-b)^2/(1-k)$$

$$[x+(kb-a)/(1-k)]^2+y^2=k(a-b)^2/(1-k)^2$$