

7.11. Докажите, что для произвольных комплексных чисел z_1 и z_2 выполняется равенство

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2).$$

Какой геометрический смысл оно имеет?

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$$

$$|a+bi+x+yi|^2 + |a+bi-x-yi|^2 = 2((a^2+b^2)^2 + (x^2+y^2)^2)$$

$$((a+x)^2 + (b+y)^2)^2 + ((a-x)^2 + (b-y)^2)^2 = 2(a^4 + b^4 + 2a^2b^2 + x^4 + y^4 + 2x^2y^2)$$

$$((a+x)^2 + (b+y)^2)^2 + ((a-x)^2 + (b-y)^2)^2 = (a+x)^4 + (b+y)^4 + 2(a+x)^2(b+y)^2 + (a-x)^4 + (b-y)^4 + 2(a-x)^2(b-y)^2 =$$

$$= a^4 + 4a^3x + 6a^2x^2 + 4ax^3 + x^4 + b^4 + 4b^3y + 6b^2y^2 + 4by^3 + y^4 + (2a^2 + 2x^2 + 4ax)(b^2 + y^2 + 2by) +$$

$$+ a^4 - 4a^3x + 6a^2x^2 - 4ax^3 + x^4 + b^4 - 4b^3y + 6b^2y^2 - 4by^3 + y^4 + (2a^2 + 2x^2 - 4ax)(b^2 + y^2 - 2by) =$$

$$= a^4 + 4a^3x + 6a^2x^2 + 4ax^3 + x^4 + b^4 + 4b^3y + 6b^2y^2 + 4by^3 + y^4 + 2a^2b^2 + 2a^2y^2 + 4a^2by + 2x^2b^2 + 2x^2y^2 - 4x^2by + 4axb^2 + 4axy^2 + 8axby +$$

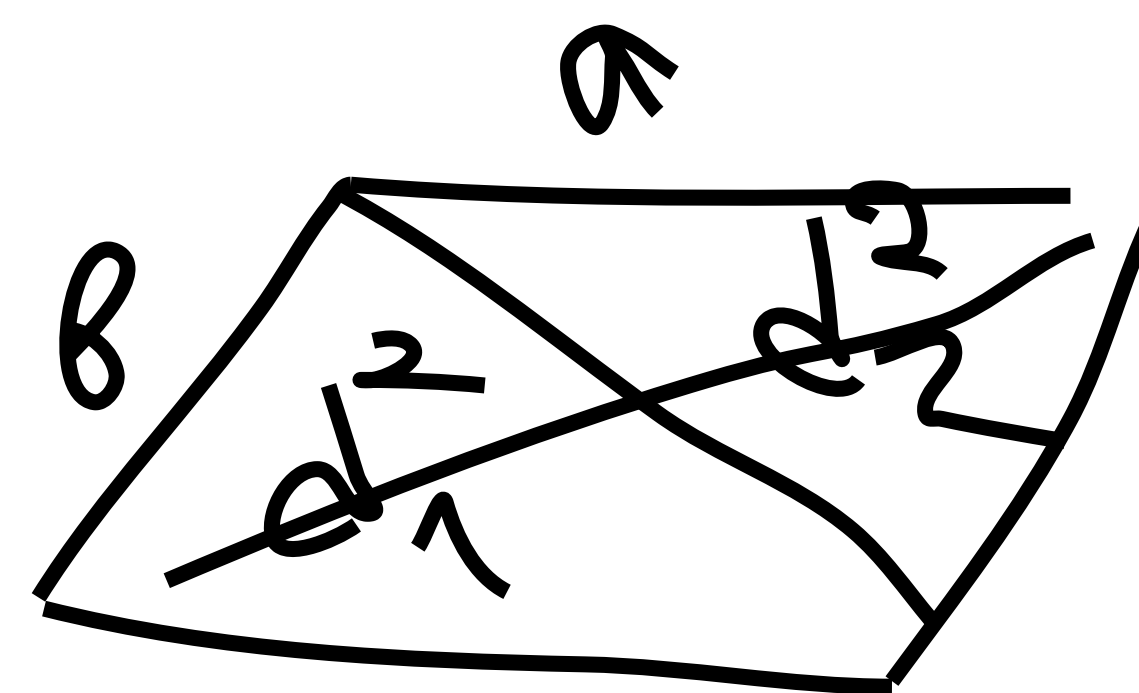
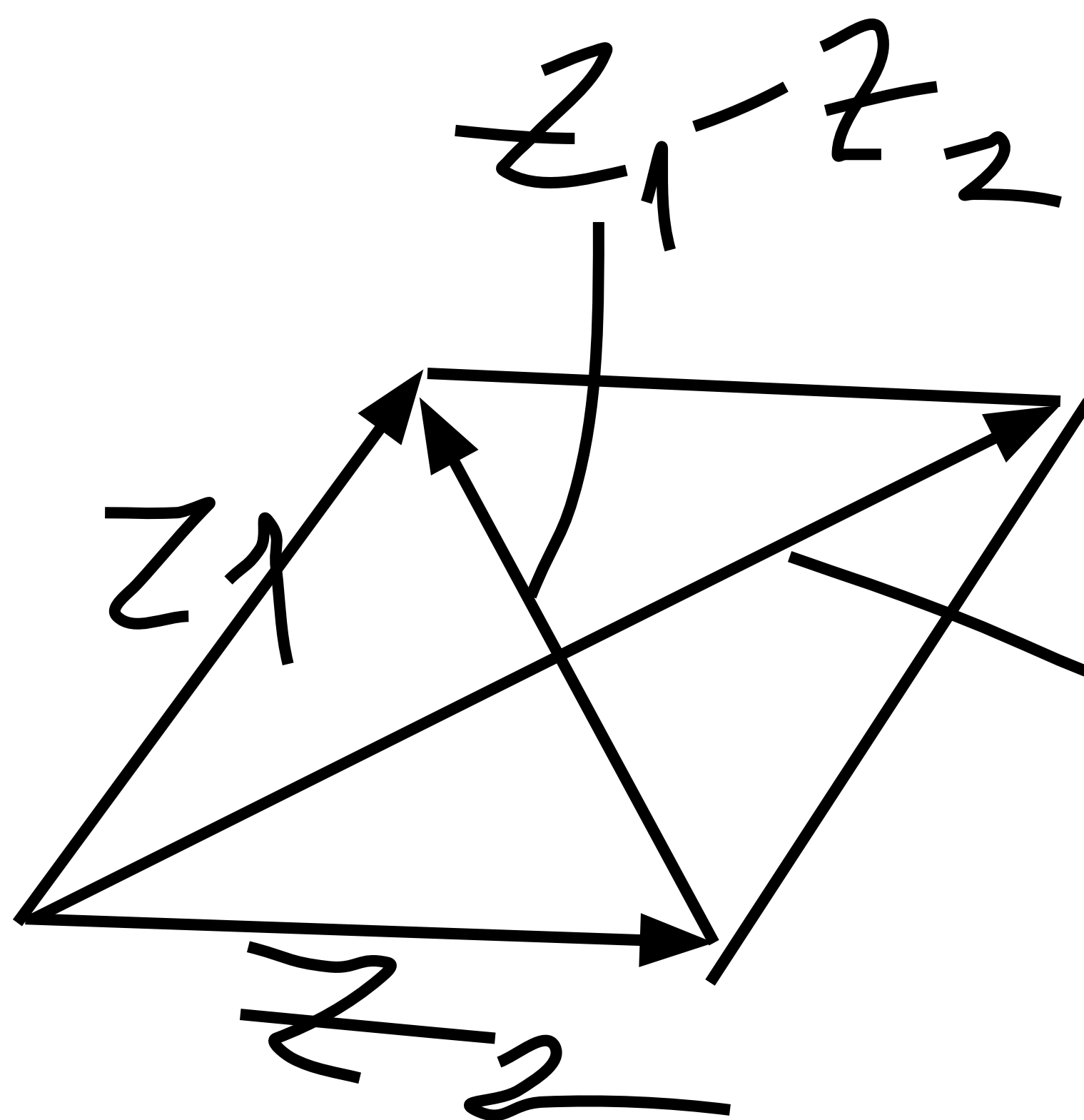
$$+ a^4 - 4a^3x + 6a^2x^2 - 4ax^3 + x^4 + b^4 - 4b^3y + 6b^2y^2 - 4by^3 + y^4 + 2a^2b^2 + 2a^2y^2 - 4a^2by + 2x^2b^2 + 2x^2y^2 + 4x^2by + 4axb^2 + 4axy^2 + 8axby +$$

$$+ 8axby +$$

$$+ 8axby +$$

$$+ 8axby +$$

$$= 2a^4 + 2b^4 + 4a^2b^2 + 2x^4 + 2y^4 + 4x^2y^2$$



$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$