

7.22. Пусть точка z движется по единичной окружности против часовой стрелки. Опишите движение следующих точек

- а) $2z^2$; в) $3z + z^2$; д) $(z - i)^{-1}$; ж) $Rz + \rho z^n$ ($\rho < R$).
 б) $z + 3z^2$; г) z^{-3} ; е) $(z - 2)^{-1}$;

а)
 $z = |z|(\cos \alpha + i \sin \alpha) = 1$
 $|z| = 1$
 $\cos \alpha + i \sin \alpha = 1$
 $2z^2 = 2(\cos 2\alpha + i \sin 2\alpha)$

б)
 $z + 3z^2 = \cos \alpha + i \sin \alpha + 3\cos 2\alpha + 3i \sin 2\alpha = (6\cos^2 \alpha + \cos \alpha - 3) + i(\sin \alpha + 6\cos \alpha)$

$$\cos \frac{\rho}{2} + i \sin \frac{\rho}{2}$$

$z = a + bi$
 $a^2 + b^2 = 1$
 $a^2 = 1 - b^2$
 $z + 3z^2 = a + bi + 3a^2 - 3b^2 + 6abi = (a + 3a^2 - 3b^2) + i(6ab + b)$
 $|z + 3z^2| = \sqrt{a^2 + 9a^4 + 9b^4 + 6a^3 - 6b^2a - 18a^2b^2 + 36a^2b^2 + b^2 + 12ab^2} =$
 $= \sqrt{6a^3 - 6b^2a + 12ab^2 + 10} = \sqrt{6a(a^2 + b^2) - 6b^2a + 6ab^2 + 10} = \sqrt{6a + 10}$ $a \in [-1; 1]$
 $|z + 3z^2| \in [2; 4]$

