

7.22. Пусть точка  $z$  движется по единичной окружности против часовой стрелки. Опишите движение следующих точек

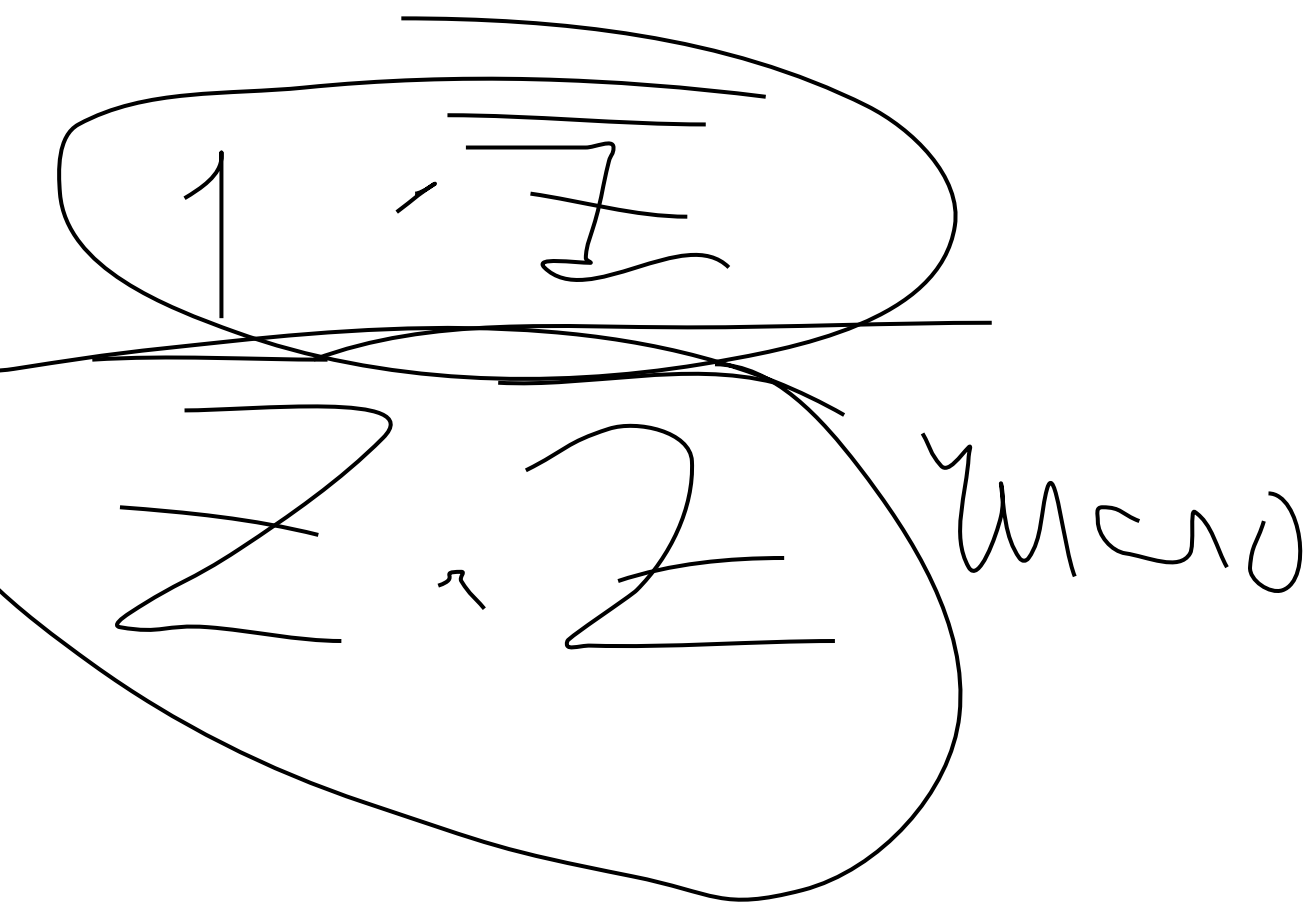
- а)  $2z^2$ ;    в)  $3z + z^2$ ;    д)  $(z-i)^{-1}$ ;    ж)  $Rz + \rho z^n$  ( $\rho < R$ ).  
 б)  $z + 3z^2$ ;    г)  $z^{-3}$ ;    е)  $(z-2)^{-1}$ ;

$$\frac{1}{z^3} = \frac{1}{(a+bi)^3} = \frac{(a-ib)^3}{(a^2+b^2)^3} = \frac{a^3-3a^2bi-3b^2a+ib^3}{(a^2+b^2)^3} = \frac{a^3-3b^2a}{(a^2+b^2)^3} + i \frac{-3a^2b+b^3}{(a^2+b^2)^3}$$

$$|\frac{1}{z^3}| = \sqrt{\left(\frac{a^3-3b^2a}{(a^2+b^2)^3}\right)^2 + \left(\frac{-3a^2b+b^3}{(a^2+b^2)^3}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^6+9b^4a^2-6a^4b^2+9a^4b^2+b^6-6a^2b^4}{(a^2+b^2)^6}} = \sqrt{\frac{a^6+3b^4a^2+3a^4b^2+b^6}{(a^2+b^2)^6}} = \sqrt{\frac{a^6+3a^2b^2(a^2+b^2)+b^6}{(a^2+b^2)^6}} = 1$$

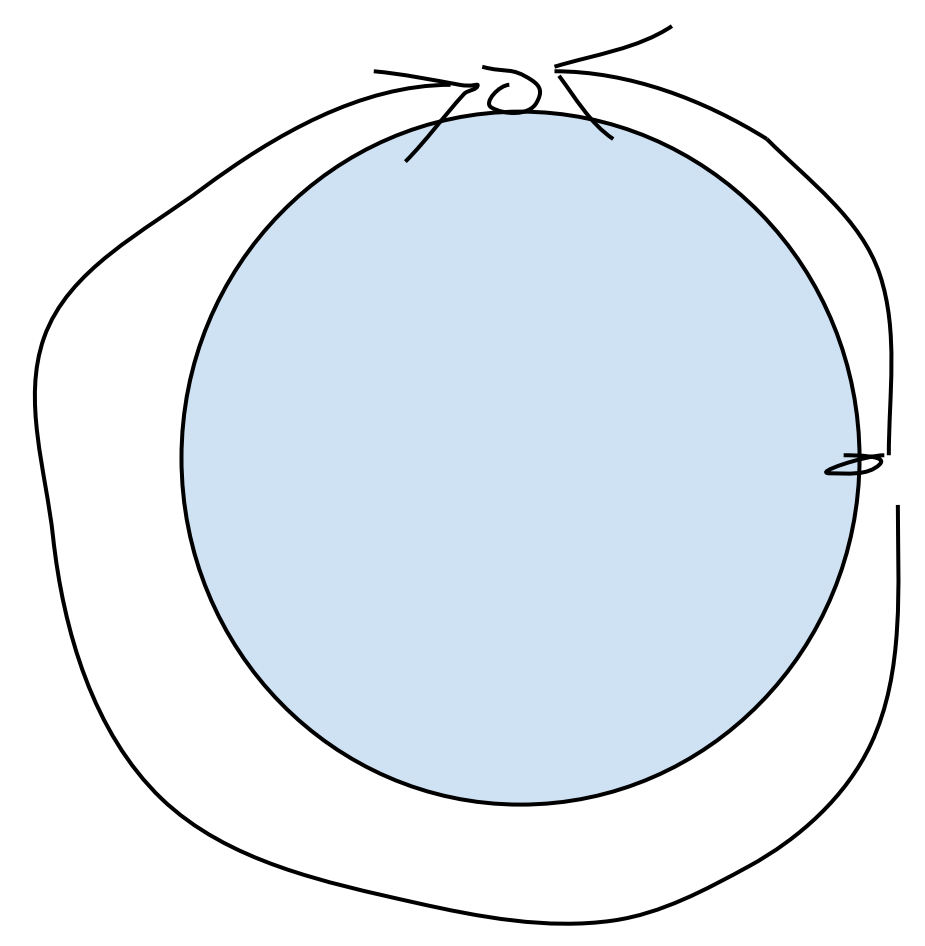
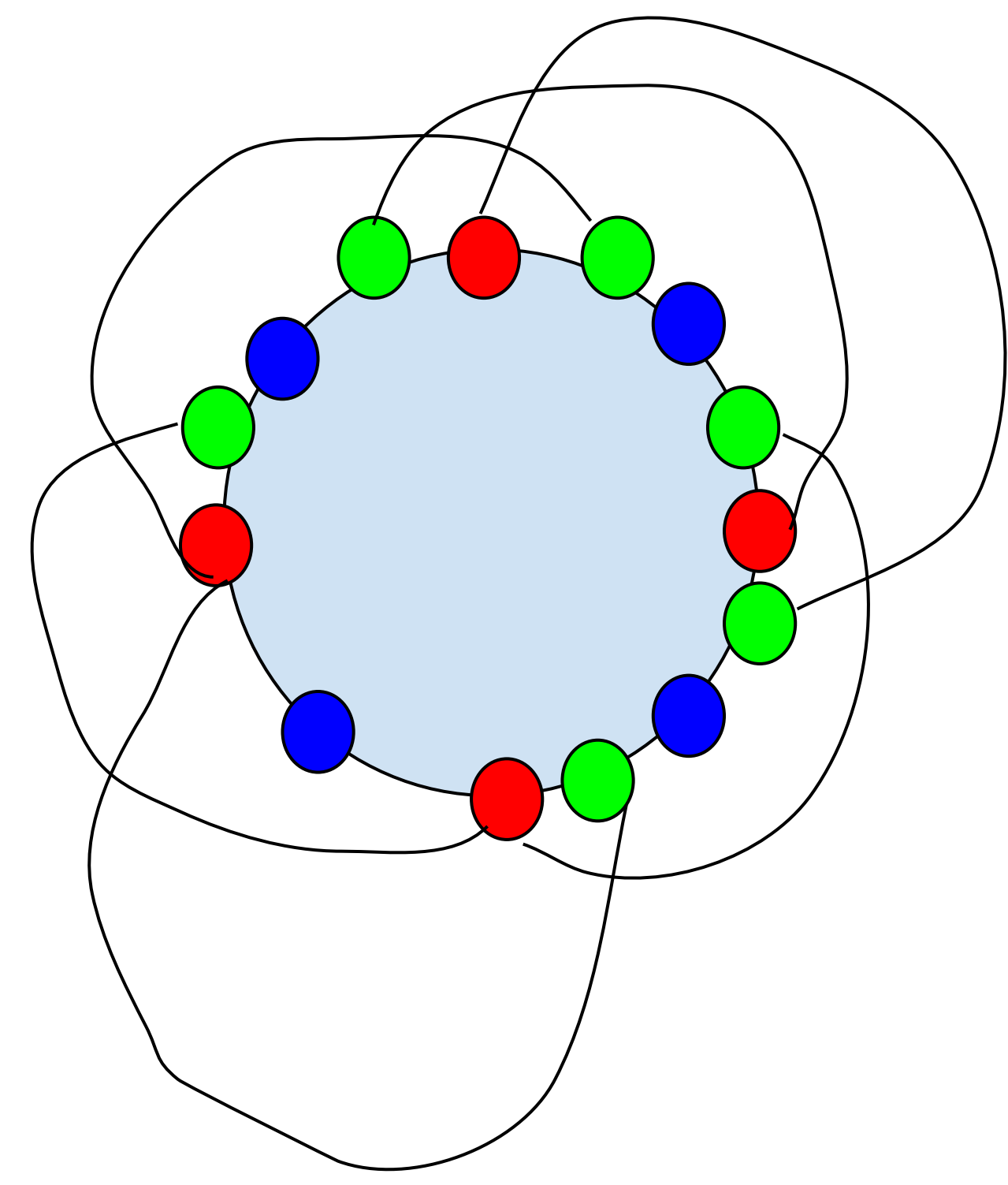
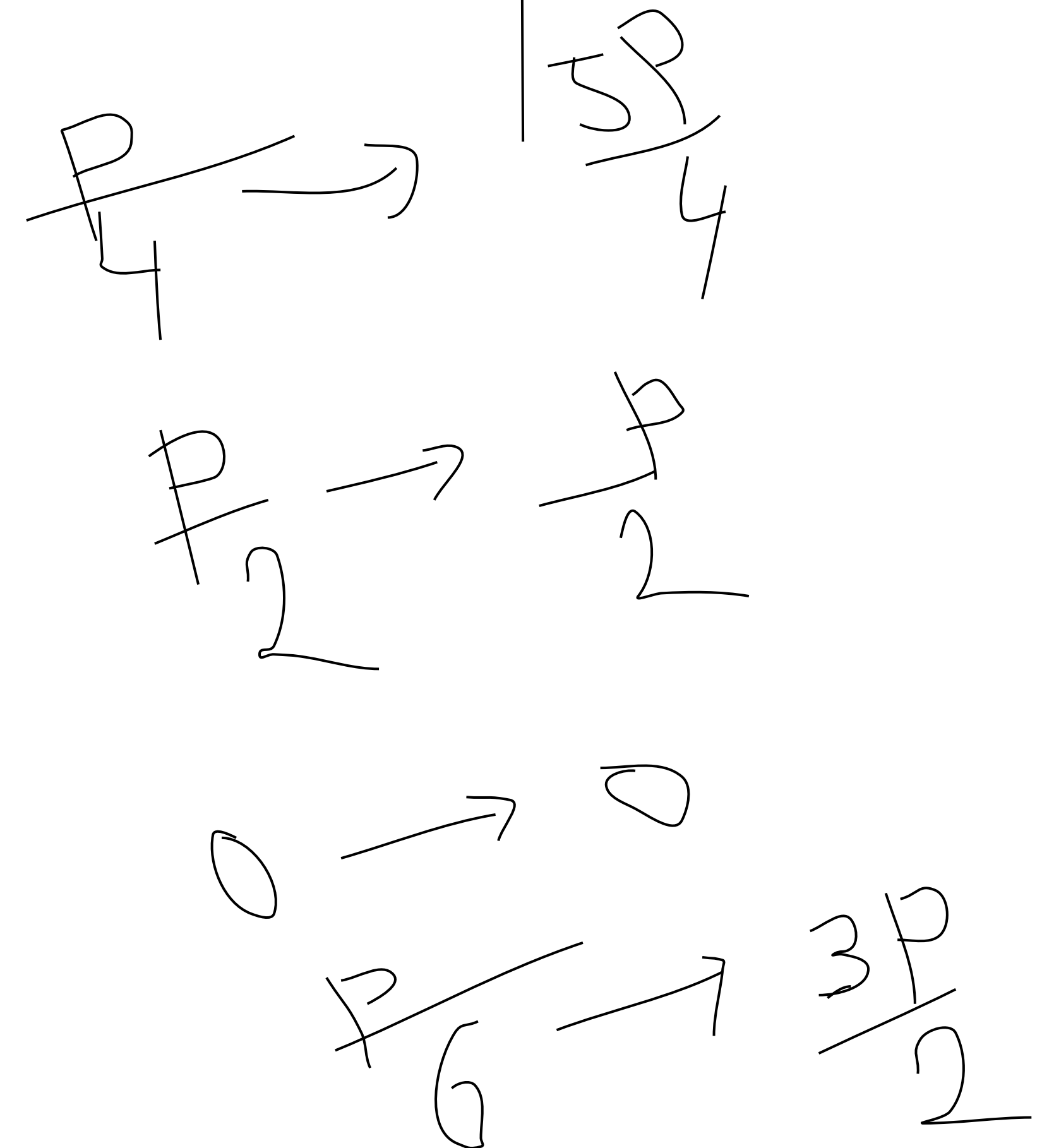
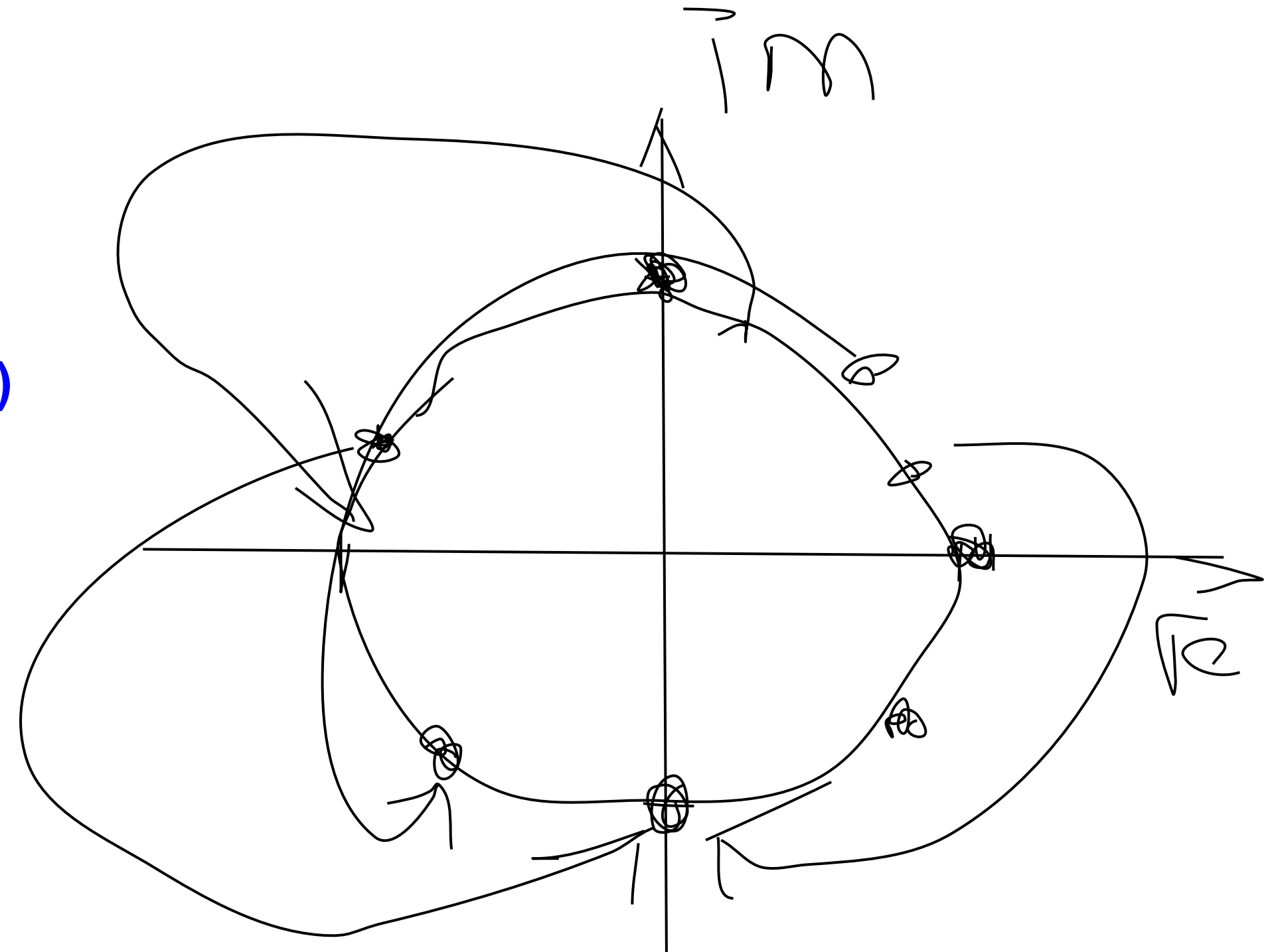
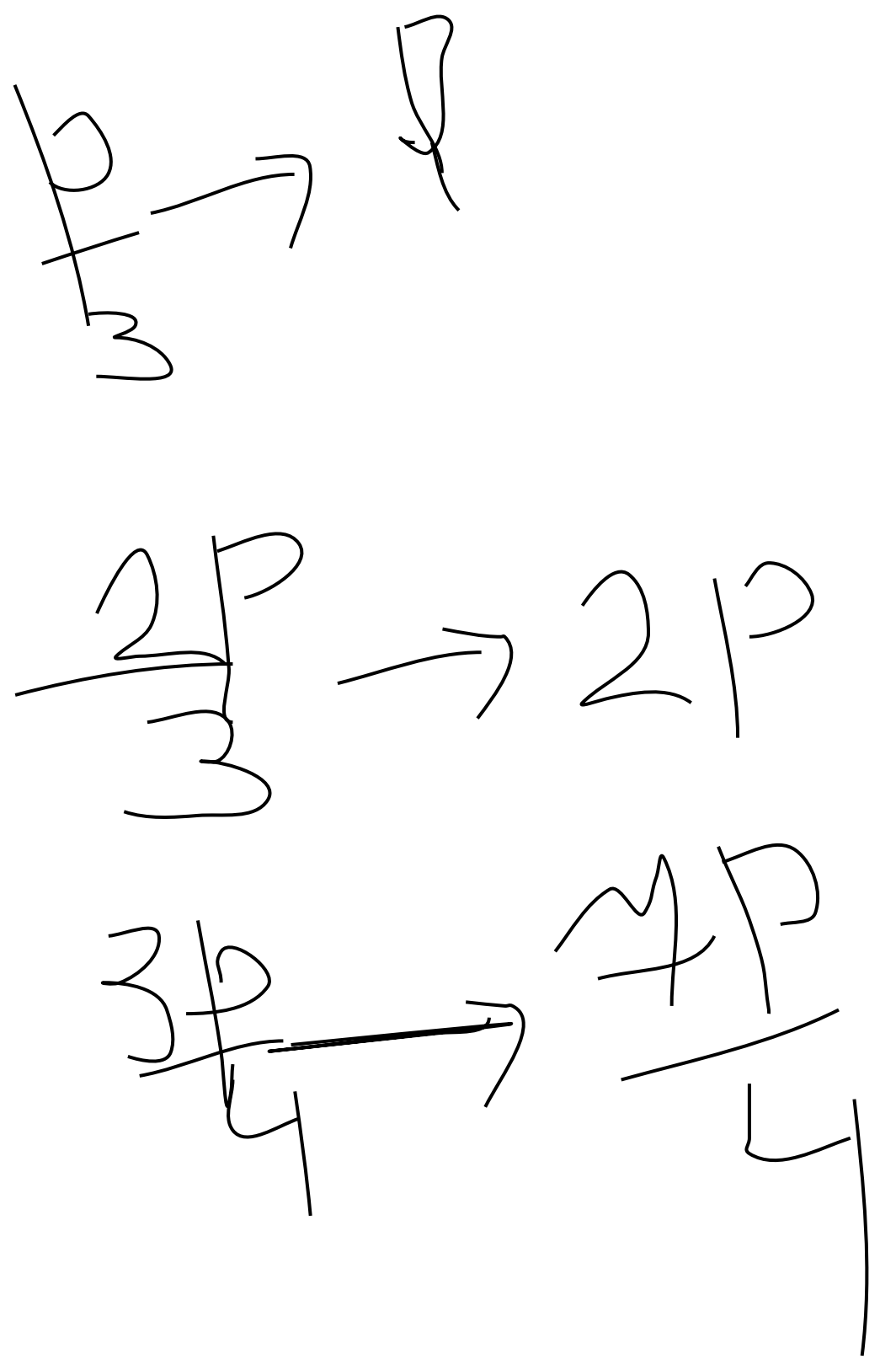
$$(a^2+b^2)^3 = a^6+3a^2b^4+3a^4b^2+b^6 = a^6+3a^2b^2(a^2+b^2)+b^6$$

$$\frac{1}{z^3} = \frac{1}{(\cos 3a + i \sin 3a)} = \frac{\cos 3a - i \sin 3a}{(\cos^2 3a + \sin^2 3a)} = \cos 3a - i \sin 3a$$



$$\frac{1}{z^3} = \overline{z^3}$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$



в 3 раза ускоренное в обратную сторону