

7.29. Найдите сумму степеней порядка s всех корней уравнения $z^n = 1$, где s — целое число.

$$z = \cos a + i \sin a$$

$$z^n = 1$$

$$\cos n a + i \sin n a = 1 = |1|(\cos b + i \sin b) = \cos b + i \sin b$$

$$b = 0$$

$$n a = b + 2P k$$

$$a = (b + 2P k) / n$$

$$z_k = \cos a + i \sin a = \cos[(b + 2P k) / n] + i \sin[(b + 2P k) / n] = \cos[(2P k) / n] + i \sin[(2P k) / n]$$

$$z_k^s = \cos[(s 2P k) / n] + i \sin[(s 2P k) / n]$$

если s кратно n , ----- n

то $\cos[(s 2P k) / n] = 1, \sin[(s 2P k) / n] = 0$

сумма равна n

если s не кратно n ----- 0

$$n = 5$$

$$z_1^s + z_2^s + z_3^s + z_4^s + z_5^s = \cos 0 + i \sin 0 + \cos(s 2P / 5) + i \sin(s 2P / 5) + \cos(s 4P / 5) + i \sin(s 4P / 5) + \cos(s 6P / 5) + i \sin(s 6P / 5) + \cos(s 8P / 5) + i \sin(s 8P / 5) = \cos 0 + \cos(s 2P / 5) + \cos(s 4P / 5) + \cos(s 6P / 5) + \cos(s 8P / 5) + i(\sin 0 + \sin(s 2P / 5) + \sin(s 4P / 5) + \sin(s 6P / 5) + \sin(s 8P / 5))$$

$$\cos x + \cos 2x + \dots + \cos(n-1)x + \cos n x = \sin(n x / 2) * \cos(x(n+1) / 2) / \sin(x / 2)$$

$$\cos(s 2P / 5) + \cos(s 4P / 5) + \cos(s 6P / 5) + \cos(s 8P / 5) + \cos(10P s / 5) = \sin(5s 2P / 5 * 2) * \cos(s 2P 6 / 5 * 2) / \sin(2P s / 5 * 2) = 0$$

$$x = 2P s / 5$$

$$\cos x + \cos 2x + \dots + \cos(n-1)x + \cos n x = \sin(n x / 2) * \cos(x(n+1) / 2) / \sin(x / 2)$$

$$\sin x + \sin 2x + \dots + \sin(n-1)x + \sin n x = \sin(n x / 2) * \sin(x(n+1) / 2) / \sin(x / 2)$$

$$(\sin(s 2P / 5) + \sin(s 4P / 5) + \sin(s 6P / 5) + \sin(s 8P / 5) + \sin(10P / 5)) = 0 + \sin(P s) * \sin(x(n+1) / 2) / \sin(x / 2) = 0$$

7.32-7.35

