

$$F(n)=F(n-1)+F(n-2)$$

$$F(n)=a^n$$

$$F(1)=1$$

$$F(2)=1$$

$$a^n=a^{(n-1)}+a^{(n-2)}$$

$$a^2=a+1$$

$$a^2-a-1=0$$

$$D=5$$

$$a_{1,2}=(1+\sqrt{5})/2$$

$$F(n)=f_1 \cdot a_1^n + f_2 \cdot a_2^n = f_1 \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + f_2 \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

$$F(1)=f_1 \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) + f_2 \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) = 1$$

$$F(2)=f_1 \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + f_2 \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 1$$

$$f_1 = (1 - f_2 \cdot (1-\sqrt{5})/2) / [(1+\sqrt{5})/2]$$

$$(1 - f_2 \cdot (1-\sqrt{5})/2) / [(1+\sqrt{5})/2] \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + f_2 \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 1$$

$$(1 - f_2 \cdot (1-\sqrt{5})/2) \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) + f_2 \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 1$$

$$\left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right] - f_2 \cdot \frac{(1-\sqrt{5})}{2} \cdot \frac{(1+\sqrt{5})}{2} + f_2 \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 1 - \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$$

$$f_2 \cdot \left\{ \frac{(1-\sqrt{5})}{2} \cdot \frac{(1+\sqrt{5})}{2} + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 \right\} = 1 - \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$$

$$f_2 = \left\{ \frac{1 - \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]}{\left\{ \frac{(1-\sqrt{5})}{2} \cdot \frac{(1+\sqrt{5})}{2} + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 \right\}} \right\}$$

$$f_2 = \left\{ \frac{1 - \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]}{\left\{ -(-1) + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 \right\}} \right\}$$

$$f_2 = \left\{ \frac{1 - \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]}{\left\{ 1 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 \right\}} \right\}$$

$$f_2 = \left\{ \frac{1 - \left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]}{\left\{ \frac{5-\sqrt{5}}{2} \right\}} \right\}$$

$$f_2 = \left\{ \frac{(1-\sqrt{5})/2}{\left\{ \frac{5-\sqrt{5}}{2} \right\}} \right\}$$

$$f_2 = \left\{ \frac{(1-\sqrt{5})/2}{\sqrt{5} \cdot \frac{(\sqrt{5}-1)/2}} \right\}$$

$$f_2 = -1/\sqrt{5}$$

$$f_1 = (1 - (-1/\sqrt{5}) \cdot (1-\sqrt{5})/2) / [(1+\sqrt{5})/2]$$

$$f_1 = (1 - (\sqrt{5}-1)/2\sqrt{5}) / [(1+\sqrt{5})/2]$$

$$f_1 = ((\sqrt{5}+1)/2\sqrt{5}) / [(1+\sqrt{5})/2]$$

$$f_1 = 1/\sqrt{5}$$

$$F(n) = 1/\sqrt{5} \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - 1/\sqrt{5} \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n = \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right] / \sqrt{5}$$

линейная алгебра

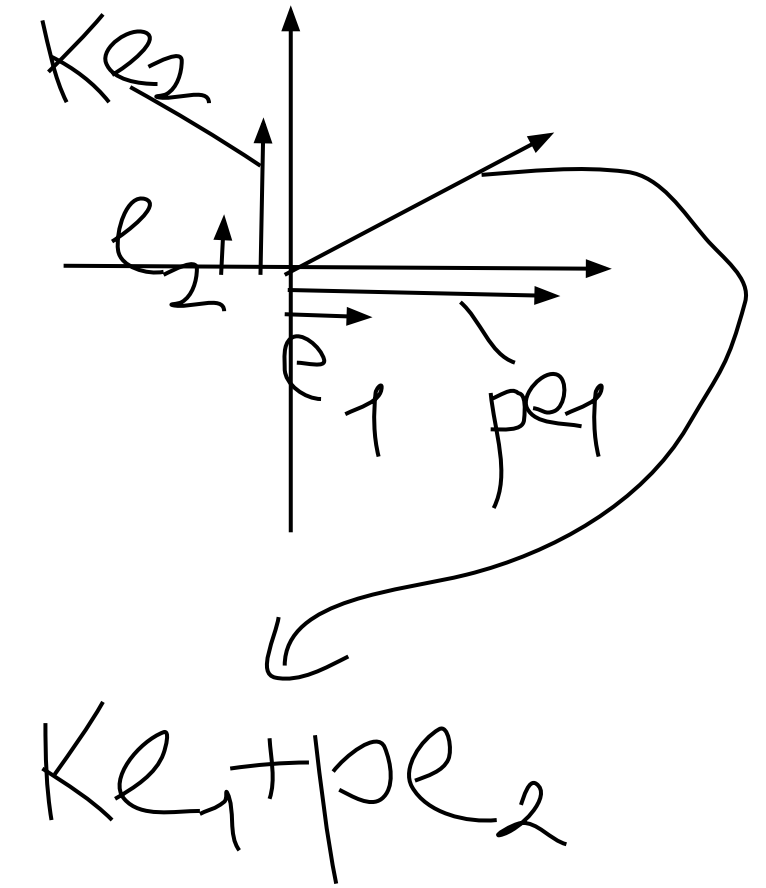
линейное пространство -
пространство векторов

1 операции - умножить на
число и складывать

a, b

@a - вектор a

@t = k*@a + p*@b



$$F(n)=F(n-1)+F(n-2)$$

$$F(k)=F(k-1)+F(k-2)$$

$$F(n)+F(k)=F(k)+F(n)$$

$$a \cdot F(n) + b \cdot F(n) = (a+b) \cdot F(n)$$

попробуем угадать общий вид
вектора F(n) как многочлена a^n

$$w_1 = k \cdot a^n$$

$$w_2 = p \cdot a^n$$

$$w_3 = q \cdot b^n$$

$$w_1 + w_2 = w_2 + w_1$$

$$k \cdot a^n + p \cdot a^n = (k+p) \cdot a^n$$

$$5 \cdot (a^n + b^n) = 5 \cdot a^n + 5 \cdot b^n$$

1. $\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$, для любых $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in V$ (коммутативность сложения);
2. $\mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z}) = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z}$ для любых $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in V$ (ассоциативность сложения);
3. существует такой элемент $\theta \in V$, что $\mathbf{x} + \theta = \mathbf{x}$ для любого $\mathbf{x} \in V$ (существование нейтрального элемента относительно сложения), в частности V не пусто;
4. для любого $\mathbf{x} \in V$ существует такой элемент $-\mathbf{x} \in V$, что $\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \theta$ (существование противоположного элемента относительно сложения).
5. $\alpha(\beta\mathbf{x}) = (\alpha\beta)\mathbf{x}$ (ассоциативность умножения на скаляр);
6. $1 \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$ (унитарность: умножение на нейтральный (по умножению) элемент поля F сохраняет вектор).
7. $(\alpha + \beta)\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{x}$ (дистрибутивность умножения на вектор относительно сложения скаляров);
8. $\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \alpha\mathbf{x} + \alpha\mathbf{y}$ (дистрибутивность умножения на скаляр относительно сложения векторов).