

Даны две ГП с положительными членами  $a_1, a_2, a_3$  и  $b_1, b_2, b_3$ . Известно, что числа  $a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, a_3 \cdot b_3$  образуют АП и

$$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3$$

Док-ть, что  $a_1 + b_1 = a_3 + b_3$

Решение:

$$a_2^2 = a_1 \cdot a_3$$

$$b_2^2 = b_1 \cdot b_3$$

$$2a_2b_2 = a_1 \cdot b_1 + a_3 \cdot b_3$$

$$2\sqrt{(a_1 \cdot a_3 \cdot b_1 \cdot b_3)} = a_1 \cdot b_1 + a_3 \cdot b_3$$

$$2\sqrt{(a_1 \cdot a_1 q^2 \cdot b_1 \cdot b_1 \cdot p^2)} =$$

$$2a_1 \cdot q \cdot b_1 \cdot p = a_1 \cdot b_1 + a_3 \cdot b_3$$

$$2a_1 \cdot q \cdot b_1 \cdot p = a_1 \cdot b_1 + a_1 \cdot q^2 \cdot b_1 \cdot p^2$$

$$2pq = 1 + (pq)^2$$

$$1 - 2pq + (pq)^2 = 0$$

$$pq - 1 = 0$$

$$pq = 1$$

$$q = 1/p$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3$$

$$a_1 + a_1q + a_1q^2 = b_1 + b_1 \cdot p + b_1 \cdot p^2$$

$$a_1(1 + q + q^2) = b_1(1 + p + p^2)$$

$$a_1(1 + 1/p + 1/p^2) = b_1(1 + p + p^2)$$

$$a_1((p^2 + p + 1) / p^2) = b_1(1 + p + p^2)$$

$$a_1/b_1 = p^2$$

$$a_1 = p^2 \cdot b_1$$

$$a_1 + b_1 = a_3 + b_3$$

$$a_1 + b_1 = a_1 q^2 + b_1 p^2$$

$$b_1 + b_1 p^2 = \text{левая часть} =$$

$$= p^2 \cdot b_1 / p^2 + b_1 \cdot p^2 = \text{правая часть}$$

**Доказано**

Верно ли, что 3 числа взятые в одном и том же порядке, составляющие АП и ГА одновременно - равны?

$$b^2 = b_1 \cdot b_3$$

$$2b_2 = b_1 + b_3$$

$$b_2 = (b_1 + b_3) / 2 = \sqrt{(b_1 b_3)}$$

$$(b_1 + b_1 q^2) / 2 = b_1 \cdot q$$

$$(1 + q^2) / 2 = q$$

$$1 + q^2 = 2q$$

$$q^2 - 2q + 1 = 0$$

$$(q - 1)^2 = 0$$

$$q = 1$$

$$b_1 = b_2 = b_3$$

**Ответ: да верно**