ДОК-ВО 1+2+3+...+n=(n+1)n/2

1+2+3+4+5+ … + n = n/2 пар * (n+1) сумма пары с боков при четном n

1+2+3+4+5+ … + n = (n-1)/2 пар * (n+1) сумма пары с боков при нечетном n (n-1)/2 * (n+1) + (n+1)/2 = (n^2-1+n+1)/2 = (n^2+n)/2 = (n+1)n/2

1 2 3 4 5 6 7
n=7
(n+1)/2= (7+1)/2=4

1+2+3+4+5+ … + n
n+(n-1)...............+1

(n+1)сумма * n столбцов / 2(потому что сумма дважды написана)

n(n+1)/2

Дано:
1+2+3+...+(n-1)+n=(1+n)*n/2
(1^2+2^2+...+n^2)=n(n+1)(2n+1)/6

(a+b)^4= a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4

Найти **(1^3+2^3+...+n^3)**

2^4=(1+1)^4=1^4 + 4*1^3 + 6*1^2 + 4*1^1 + 1^4
3^4=(1+2)^4=1^4 + 4*2^3 + 6*2^2 + 4*2^1 + 2^4
4^4=(1+3)^4=1^4 + 4*3^3 + 6*3^2 + 4*3^1 + 3^4
5^4=(1+4)^4=1^4 + 4*4^3 + 6*4^2 + 4*4^1 + 4^4
…
n^4=(1+(n-1))^4=1^4 + 4*(n-1)^3 + 6*(n-1)^2 + 4*(n-1)^1 + (n-1)^4
(1+n)^4=(1+n)^4=1^4 + 4*n^3 + 6*n^2 + 4*n^1 + n^4

2^4+3^4+4^4+5^4+...+n^4+(1+n)^4 = n + 4*(1^3+2^3+...+n^3) + 6*(1^2+2^2+3^2+...+(n-1)^2+n^2) +
4(1+2+3+...+(n-1)+n)+ 1^4 +2^4+3^4+4^4+5^4+...+n^4

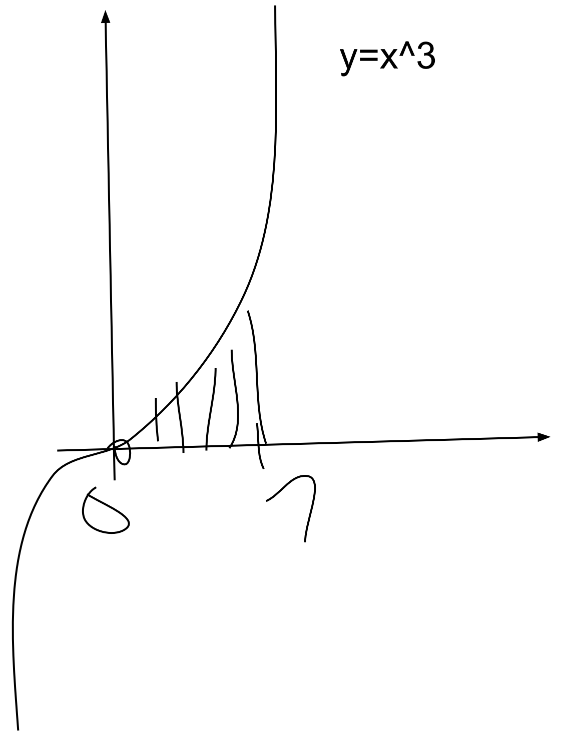
(1+n)^4 = n + 4*(1^3+2^3+...+n^3) + 6*(1^2+2^2+3^2+...+(n-1)^2+n^2) + 4(1+2+3+...+(n-1)+n)+ 1^4
(1+n)^4 = n + 4*X + 6*n(n+1)(2n+1)/6 + 4(1+n)*n/2+ 1^4
- 4*X = n + 6*n(n+1)(2n+1)/6 + 4(1+n)*n/2+ 1^4 - (1+n)^4
- 4*X = n + n(n+1)(2n+1) + 2(1+n)*n+ 1^4 - (1+4n+6n^2+4n^3+n^4)
- 4*X = n + 2n^3+3n^2+n + 2n+2n^2+ 1^4 - 1-4n-6n^2-4n^3-n^4
- 4*X = 1^4 - 1-n^2-2n^3-n^4
4*X = n^2+2n^3+n^4
X = (1+2n+n^2)n^2/4 = (1+n)^2n^2/4 = [(1+n)n/2]^2

ДОК-ВО (1^3+2^3+...+n^3)= [(1+n)n/2]^2

Применение (1^3+2^3+...+n^3)= [(1+n)n/2]^2 для y=x^3

по методу Архимеда
S(n)=1/n*((1/n)^3+(2/n)^3+(3/n)^3+....+(n-1/n)^3+(n/n)^3)=
=1/n^4(1^3+2^3+...+n^3)= [(1+n)n/2]^2 / n^4=
=(n^2+n)^2 / 4n^4=
=(n^4+2n^3+n^2) / (4n^4)= (n^4+2n^3+n^2)/n^4 / (4n^4)/n^4
=[1+2/n+1/n^2] / 4 = [1 + 0+0]/ 4= ¼

через интеграл
S[0;1]x^3dx= x^4/4|[0;1]=(¼-0/4)=¼



y=x^7 ?

через интеграл
S[0;1]x^7dx= x^7/7|[0;1]=(1/7-0/7)=1/7

1^k + 2^k + 3^k + … + n^k = … нерешенная
задача в общем случае
(Гельфонд Метод конечных разностей)

lim[n->oo](1^3+2^3+...+n^3)/n^4 = lim[n->oo] n^3 /(4n^3-6n^2+4n-1) = 1/4
Теорема Штольца - жемчужина теории пределов

an=(1^3+2^3+...+n^3)

an-1=(1^3+2^3+...+(n-1)^3)

an-an-1=n^3

bn=n^4

bn-1=(n-1)^4

bn-bn-1 = n^4 - (n-1)^4=n^4 - (n^4-4n^3+6n^2-4n+1)=4n^3-6n^2+4n-1