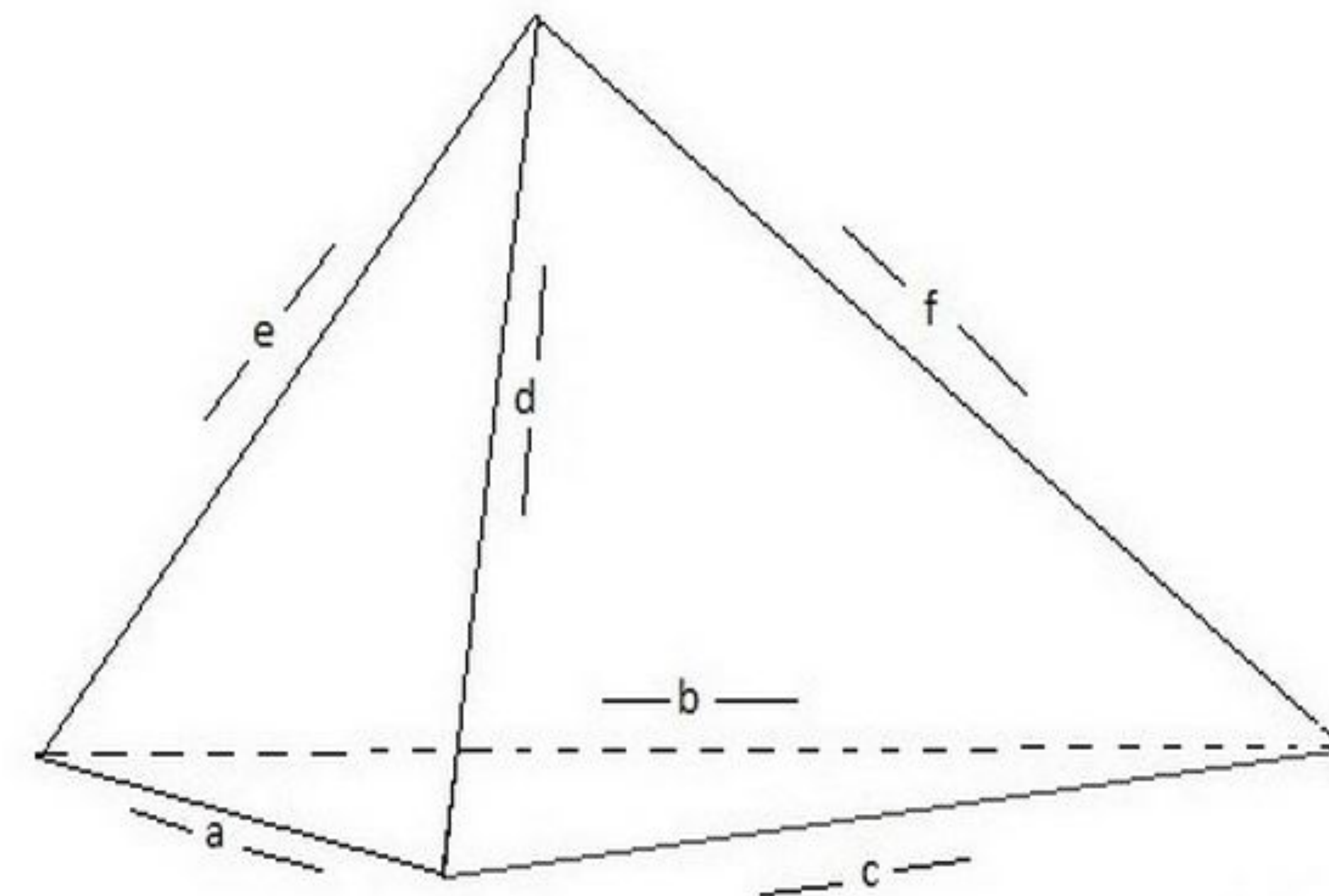
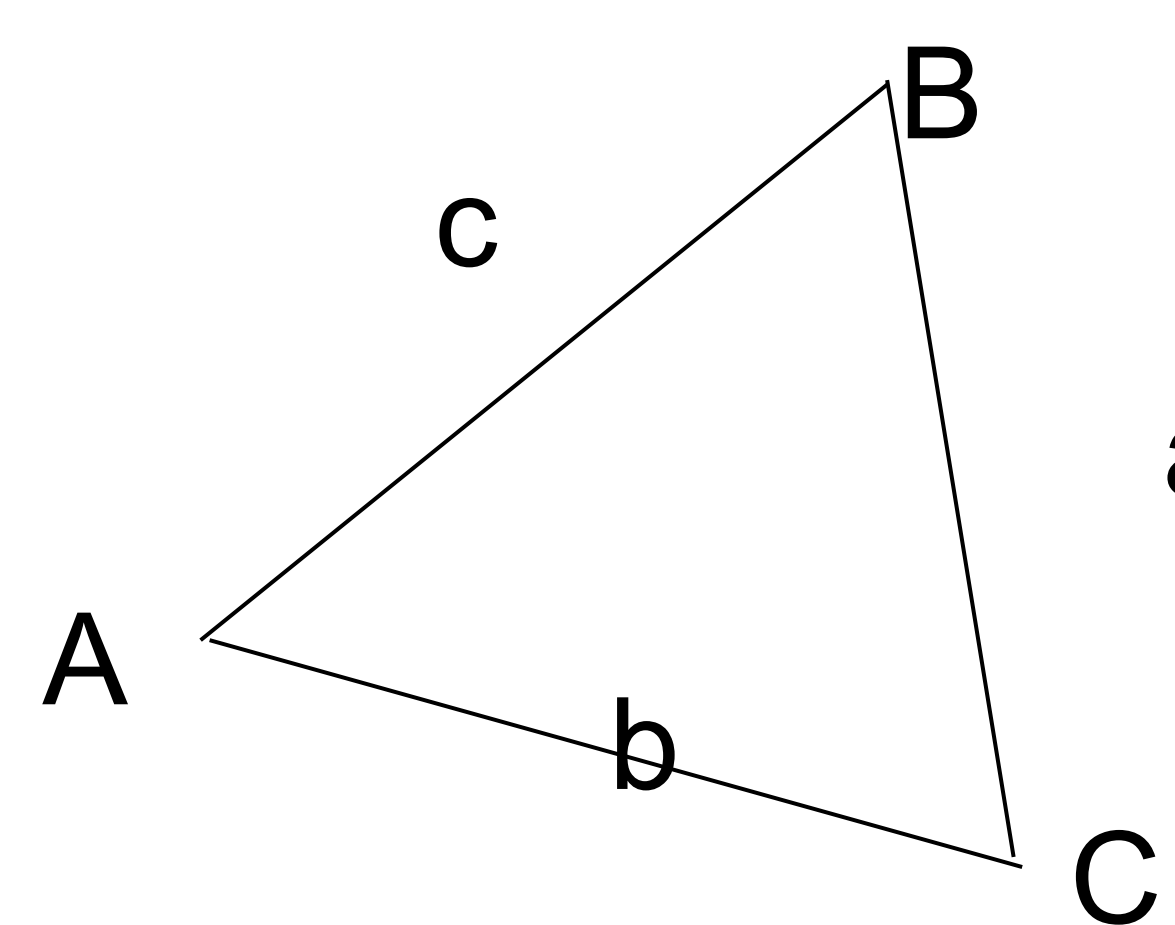


$$V^2 = \frac{1}{144} [(e^2 + c^2)(p - 2e^2c^2) + (a^2 + f^2)(p - 2a^2f^2) + (d^2 + b^2)(p - 2d^2b^2) - \oplus], \quad (2)$$

где
 $p = a^2f^2 + e^2c^2 + b^2d^2$ (a и f , e и c , b и d - пары скрещивающихся рёбер)
 $\oplus = a^2b^2c^2 + a^2e^2d^2 + d^2f^2c^2 + e^2b^2f^2$ (рёбра, лежащие в одной плоскости)



Дан треугольник ABC, и три его стороны a, b, c.
 найти R (радиус описанной окружности)

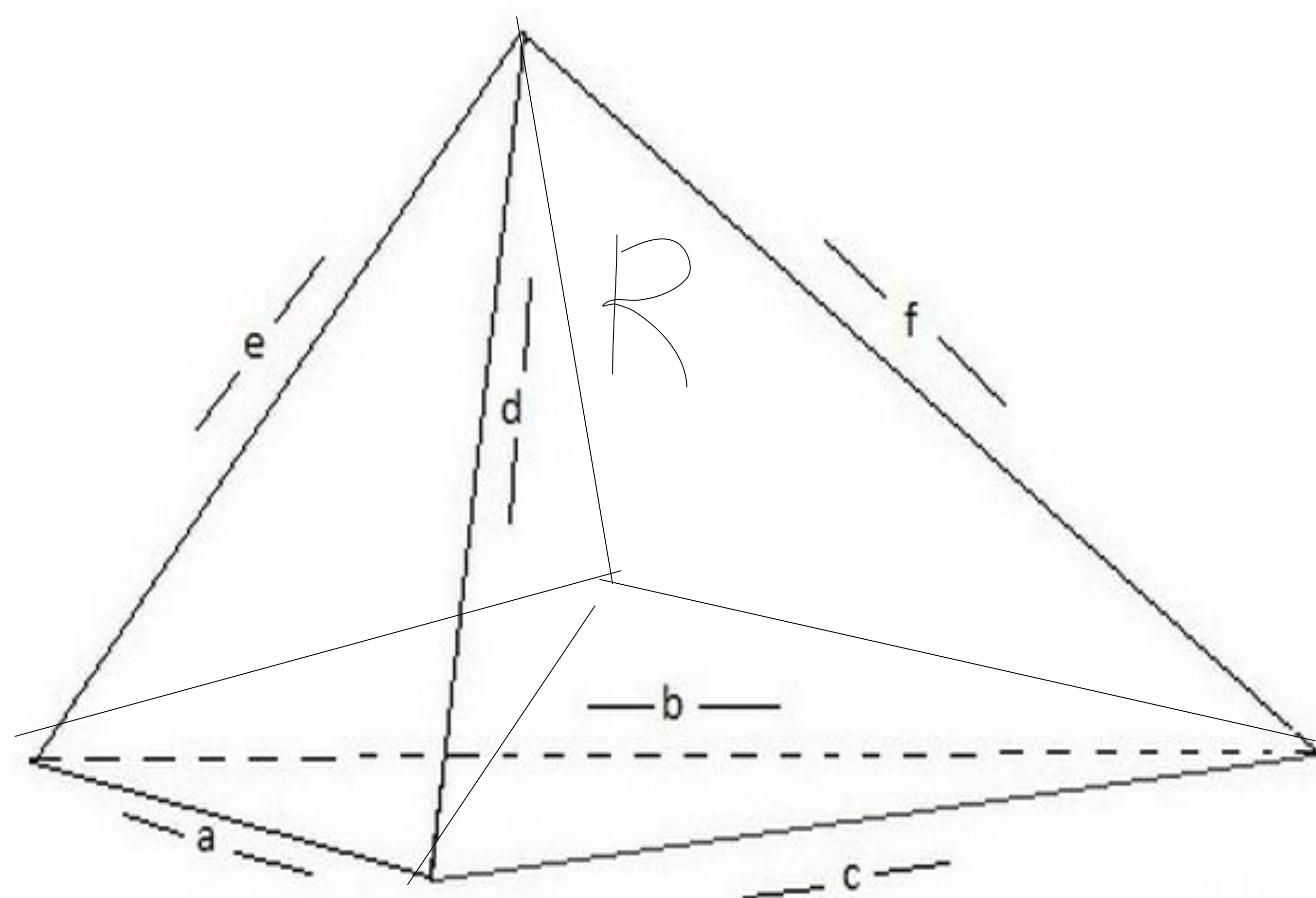


$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S = abc / [4R]$$

$$R = abc / [4S] = abc / [4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}]$$

Дан тетраэдр ABCD, и шесть его ребер a, b, c, d, e, f.
 найти R (радиус описанной сферы)



Избавиться от корней

- 1) $V(R-a) + V(R-b) = u$
- 2) $V(R-a) + V(R-b) + V(R-c) = u$
- 3) $V(R-a) + V(R-b) + V(R-c) + V(R-d) = u$

$$1) V(R-a) + V(R-b) = u^2$$

$$V(R-a)^2 + V(R-b)^2 + 2V(R-a)V(R-b) = u^2$$

$$R-a + R-b + 2V(R-a)V(R-b) = u^2$$

$$2R-a-b + 2V(R-a)V(R-b) = u^2$$

$$2V(R-a)V(R-b) = u^2 - 2R + a + b$$

$$4(R-a)(R-b) = (u^2 - 2R + a + b)^2$$

$$2) V(R-a) + V(R-b) + V(R-c) = u^2$$

$$V(R-a)^2 + V(R-b)^2 + 2V(R-a)V(R-b) = u^2 = u^2 - 2uV(R-c) + R-c$$

$$2R-a-b + 2V(R-a)V(R-b) = u^2 + R-c - 2uV(R-c)$$

$$2(V(R-a)V(R-b) + uV(R-c)) = u^2 - R + a + b - c$$

$$4((R-a)(R-b) + u^2(R-c) + 2uV((R-a)(R-b)(R-c))) = (u^2 - R + a + b - c)^2$$

$$8uV((R-a)(R-b)(R-c)) = (u^2 - R + a + b - c)^2 - 4((R-a)(R-b) + u^2(R-c))^2$$

$$64u^2(R-a)(R-b)(R-c) = ((u^2 - R + a + b - c)^2 - 4((R-a)(R-b) + u^2(R-c)))^2$$

$$3) V(R-a) + V(R-b) = u - V(R-c) - V(R-d)$$

$$V(R-a)^2 + V(R-b)^2 + 2V(R-a)V(R-b) = u^2 + V(R-c)^2 + V(R-d)^2 - 2uV(R-c) - 2uV(R-d) + 2V((R-c)(R-d))$$

$$R-a + R-b + 2V(R-a)V(R-b) = u^2 + R-c + R-d - 2uV(R-c) - 2uV(R-d) + 2V((R-c)(R-d))$$

$$2V(R-a)V(R-b) + 2uV(R-c) + 2uV(R-d) - 2V((R-c)(R-d)) = u^2 + a + b - c - d \quad || \quad (u^2 + a + b - c - d) = x$$

$$2(V(R-a)V(R-b) + uV(R-c) + uV(R-d) - V((R-c)(R-d))) = x$$

$$(a+b+c+d)^2$$

$$2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$